



בגרות במתמטיקה + פתרונות וידאו מלאים (5 יח"ל)

פתרונות וידאו מלאים לכל השאלות בחוברת ב-MY.GEVA.CO.IL 



מתנה מאתנו!

פתרונות וידאו מלאים ל-2
הבחינות הראשונות בחוברת
באתר MY.GEVA.CO.IL, בחינם

עדכני לשנים 2017-2018

הקדמה

מורים ותלמידים יקרים,
אנו שמחים להגיש לכם חוברת הכנה לקראת הבגרות במתמטיקה
לשאלון 807 (5 יחידות לימוד).

בחוברת תמצאו את 27 מבחני הבגרות שנערכו עד היום בשאלון 807
(מועדי חורף וקיץ) עד וכולל מועד ב', קיץ 2017.

מה מיוחד בחוברת זו?

לכל השאלות בחוברת קיימים סרטוני וידאו הכוללים פתרונות מלאים
באתר my.geva.co.il

כיצד צופים בסרטון פתרון?

נכנסים לאתר my.geva.co.il
בוחרים את מספר יחידות הלימוד ונכנסים לפתרונות וידאו למבחני
בגרות 807.
כעת ניתן לראות את פתרונות הווידאו לכל השאלות ממבחני הבגרות.
הפתרונות לשני המבחנים הראשונים הם בחינם!

כיצד אנו ממליצים להיעזר בסרטוני הפתרון שבאתר [my.geva](http://my.geva.co.il)?

בכל שאלה שבה אתם מתקשים, או שהתשובה הסופית שקיבלתם
אינה תואמת את התשובות המופיעות בסוף המבחן, מומלץ לצפות
בסרטון הפתרון המתאים. כמו כן, אם קיים נושא שבו אתם מרגישים
צורך בחיזוק נוסף, מומלץ לצפות בכל סרטוני הפתרון באותו נושא.
(מיון שאלות המבחנים לפי נושאים מופיע בהמשך החוברת.)

בנוסף, ניתן לרכוש באתר my.geva.co.il מנוי לסרטוני פתרון
לשאלות מתוך ספרי הלימוד לשאלון 807, בהוצאת יואל גבע.

זכות היוצרים על שאלות הלקוחות ממבחני בגרות שמורות למדינת ישראל.
כל הזכויות על השאלות האחרות שמורות להוצאת הספרים יואל גבע.

אנו מאחלים לכם הצלחה רבה בבחינת הבגרות.
יואל גבע – הוצאת הספרים, צוות האתר my.geva.co.il

המבנה של שאלון 807

תלמידי 5 יחידות לימוד נבחנים בשני שאלונים.
השאלון הראשון הוא 035806 והשאלון השני הוא 035807.

בשאלון 807 שני פרקים.
משך הבחינה: שעתיים
בסך הכול צריך לענות על 3 שאלות מתוך 5 שאלות.

המבנה של שאלון 035807:

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות).

הפרק כולל 3 שאלות, מתוכן יש לענות על 2 שאלות
(לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות).

הפרק כולל 2 שאלות, מתוכן יש לענות על שאלה אחת
(לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

בעמוד הבא מצורף דף ההוראות לנבחן כפי שמופיע בטופס הבגרות
של שאלון 807.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

— $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות

פרק שני – גדילה ודעיכה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות

סה"כ — 100 נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר

החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.

שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

מיון שאלות המבחנים לפי נושאים

גאומטריה אנליטית

הישר

עמוד 4 שאלה 1 סעיף א, עמוד 21 שאלה 1, עמוד 33 שאלה 1.

המעגל

עמוד 1 שאלה 1 סעיף א, עמוד 7 שאלה 1, עמוד 30 שאלה 1 סעיף א,
עמוד 71 שאלה 1, עמוד 75 שאלה 1.

האליפסה

עמוד 14 שאלה 1, עמוד 27 שאלה 1, עמוד 36 שאלה 1 סעיף א,
עמוד 56 שאלה 1 סעיפים א ו-ב.

הפרבולה

עמוד 24 שאלה 1, עמוד 30 שאלה 1, עמוד 47 שאלה 1, עמוד 53 שאלה 1,
עמוד 63 שאלה 1, עמוד 67 שאלה 1, עמוד 79 שאלה 1.

מקומות גאומטריים

עמוד 1 שאלה 1, עמוד 4 שאלה 1, עמוד 10 שאלה 1, עמוד 17 שאלה 1,
עמוד 36 שאלה 2, עמוד 40 שאלה 1, עמוד 50 שאלה 1, עמוד 56 שאלה 1,
עמוד 60 שאלה 1.

בעיות המשלבות גאומטריה אנליטית עם וקטורים

או מספרים מרוכבים

עמוד 36 שאלה 1, עמוד 44 שאלה 1.

וקטורים

הווקטור הגאומטרי

עמוד 7 שאלה 2, עמוד 21 שאלה 2, עמוד 40 שאלה 2 סעיף א,
עמוד 41 שאלה 3 סעיף א, עמוד 45 שאלה 3, עמוד 47 שאלה 2,
עמוד 50 שאלה 2, עמוד 53 שאלה 2, עמוד 56 שאלה 2, עמוד 75 שאלה 2.

הווקטור האלגברי

עמוד 4 שאלה 2, עמוד 10 שאלה 2, עמוד 14 שאלה 2, עמוד 24 שאלה 2,
עמוד 27 שאלה 2, עמוד 30 שאלה 2, עמוד 44 שאלה 2, עמוד 60 שאלה 2,
עמוד 63 שאלה 2, עמוד 67 שאלה 2, עמוד 71 שאלה 2, עמוד 79 שאלה 2.

בעיות המשלבות וקטור גאומטרי עם וקטור אלגברי

עמוד 1 שאלה 2, עמוד 17 שאלה 2, עמוד 33 שאלה 2, עמוד 37 שאלה 3,
עמוד 40 שאלה 2.

מספרים מרוכבים

עמוד 2 שאלה 3 סעיף א, עמוד 5 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 7 שאלה 3 סעיף א,
עמוד 11 שאלה 3, עמוד 15 שאלה 3, עמוד 18 שאלה 3, עמוד 22 שאלה 3,
עמוד 25 שאלה 3 סעיף א, עמוד 25 שאלה 3 סעיף ב,
עמוד 28 שאלה 3 סעיף א, עמוד 30 שאלה 3 סעיף א,
עמוד 34 שאלה 3 סעיף א, עמוד 41 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 48 שאלה 3,
עמוד 50 שאלה 3, עמוד 54 שאלה 3, עמוד 57 שאלה 3, עמוד 61 שאלה 3,
עמוד 64 שאלה 3, עמוד 68 שאלה 3, עמוד 72 שאלה 3, עמוד 76 שאלה 3,
עמוד 80 שאלה 3 סעיף א, עמוד 80 שאלה 3 סעיף ב.

טריגונומטריה במרחב

עמוד 2 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 5 שאלה 3 סעיף א, עמוד 8 שאלה 3 סעיף ב,
עמוד 28 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 31 שאלה 3 סעיף ב, עמוד 34 שאלה 3 סעיף ב,
עמוד 45 שאלה 3 סעיפים א-ב.

בעיות גדילה ודעיכה

עמוד 2 שאלה 4 סעיף א, עמוד 5 שאלה 4 סעיף א, עמוד 8 שאלה 4 סעיף א,
עמוד 29 שאלה 5, עמוד 45 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 48 שאלה 5 סעיף א.

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

חקירת פונקציות

פונקציות מעריכיות

עמוד 11 שאלה 4, עמוד 15 שאלה 4 סעיפים א-ו,
עמוד 19 שאלה 5 סעיפים א-ד, עמוד 35 שאלה 5 סעיפים א-ג,
עמוד 42 שאלה 5, עמוד 54 שאלה 4, עמוד 64 שאלה 4 סעיפים א-ב, ד,
עמוד 69 שאלה 5 סעיף א.

פונקציות לוגריתמיות

עמוד 12 שאלה 5 סעיף א, עמוד 15 שאלה 5 סעיף א,
עמוד 16 שאלה 5 סעיף ב, עמוד 34 שאלה 4 סעיפים א-ב,
עמוד 46 שאלה 5 סעיפים א-ב, עמוד 49 שאלה 5 סעיף ב,
עמוד 51 שאלה 5, עמוד 61 שאלה 5, עמוד 65 שאלה 5, עמוד 68 שאלה 4,

פונקציות ללא תבנית אלגברית מפורשת

עמוד 3 שאלה 5 סעיף א, עמוד 58 שאלה 5, עמוד 81 שאלה 5.

בעיות קיצון

הערה: חלק מהסעיפים בנושא זה נרשמו גם תחת הכותרת חקירת פונקציות.

בעיות קיצון עם פונקציות מעריכיות

עמוד 8 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 31 שאלה 4, עמוד 35 שאלה 5.

בעיות קיצון עם פונקציות לוגריתמיות

עמוד 23 שאלה 5, עמוד 26 שאלה 5, עמוד 46 שאלה 5.

אינטגרלים

הערה: חלק מהסעיפים בנושא זה נרשמו גם תחת הכותרת חקירת פונקציות.

פונקציות מעריכיות

עמוד 15 שאלה 4, עמוד 19 שאלה 5, עמוד 48 שאלה 4, עמוד 51 שאלה 4,
עמוד 61 שאלה 4, עמוד 73 שאלה 5, עמוד 80 שאלה 4.

פונקציות שהפונקציה הקדומה שלהן היא לוגריתמית

עמוד 2 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 5 שאלה 4 סעיף ב, עמוד 12 שאלה 5,
עמוד 18 שאלה 4, עמוד 22 שאלה 4, עמוד 31 שאלה 5, עמוד 42 שאלה 4,
עמוד 55 שאלה 5, עמוד 77 שאלה 5.

פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי

עמוד 38 שאלה 5.

אינטגרל הכולל את זיהוי הנגזרת הפנימית של פונקציה מורכבת

הערה: חלק זה כולל פונקציות מסוגים שונים שבהן לצורך מציאת האינטגרל יש לזהות את הנגזרת הפנימית של פונקציה מורכבת.
עמוד 3 שאלה 5, עמוד 6 שאלה 5, עמוד 8 שאלה 5, עמוד 28 שאלה 4,
עמוד 37 שאלה 4, עמוד 64 שאלה 4, עמוד 69 שאלה 5, עמוד 72 שאלה 4.

נפח גוף סיבוב

עמוד 34 שאלה 4, עמוד 45 שאלה 4 סעיף א, עמוד 57 שאלה 4.

פונקציות עם ערך מוחלט

עמוד 25 שאלה 4, עמוד 76 שאלה 4.

תוכן עניינים

מבחני בגרות – שאלון 807

1.....	מבחן בגרות מספר 1 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד א
4.....	מבחן בגרות מספר 2 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב
7.....	מבחן בגרות מספר 3 – חורף תש"ע, 2010
10	מבחן בגרות מספר 4 – קיץ תש"ע, 2010, מועד א
14	מבחן בגרות מספר 5 – קיץ תש"ע, 2010, מועד ב
17	מבחן בגרות מספר 6 – חורף תשע"א, 2011
21	מבחן בגרות מספר 7 – קיץ תשע"א, 2011, מועד א
24	מבחן בגרות מספר 8 – קיץ תשע"א, 2011, מועד ב
27	מבחן בגרות מספר 9 – חורף תשע"ב, 2012
30	מבחן בגרות מספר 10 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד א
33	מבחן בגרות מספר 11 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב
36	מבחן בגרות מספר 12 – חורף תשע"ג, 2013
40	מבחן בגרות מספר 13 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד א
44	מבחן בגרות מספר 14 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד ב
47	מבחן בגרות מספר 15 – חורף תשע"ד, 2014
50	מבחן בגרות מספר 16 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד א
53	מבחן בגרות מספר 17 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ב
56	מבחן בגרות מספר 18 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג
60	מבחן בגרות מספר 19 – חורף תשע"ה, 2015
63	מבחן בגרות מספר 20 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד א
67	מבחן בגרות מספר 21 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב
71	מבחן בגרות מספר 22 – חורף תשע"ו, 2016
75	מבחן בגרות מספר 23 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד א
79	מבחן בגרות מספר 24 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב

83	מבחן בגרות מספר 25 – חורף תשע"ז, 2017
87	מבחן בגרות מספר 26 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד א
92	מבחן בגרות מספר 27 – קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב

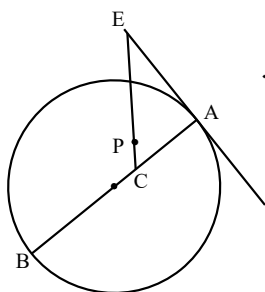
דף נוסחאות – 5 יחידות לימוד

מבחן בגרות מספר 1

קיצ תשס"ט, 2009, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



.1 

נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 887$

בנקודה A(20;21) שעל המעגל העבירו משיק למעגל.

נקודה C נמצאת על קוטר המעגל AB

כך נקבע כי $AC = \frac{1}{3}AB$.

נקודה E נמצאת על המשיק, ונקודה P

נמצאת על הקטע EC כך ש- $CE = 5CP$

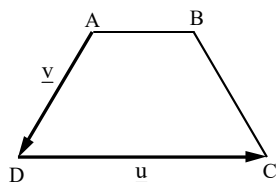
(ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה C.

ב. הבע את השיעורים של הנקודה E באמצעות השיעורים של הנקודה P,

ומצא את משוואת המקום הגאומטרי של כל הנקודות P הנוצרות

באופן שתואר.



.2 

נתון טרפז שווה-שוקיים $(AB \parallel DC) \ ABCD$

(ראה ציור). נתון כי $\angle DAB = 120^\circ$.

$$\vec{AB} = tu, \vec{AD} = v, \vec{DC} = u : \text{נסמך}$$

א. (1) הבע את t באמצעות $|u|$ ו- $|v|$.

(2) הבע את הווקטור $\overrightarrow{BC}$

באמצעות $u, v, |u|, |v|$.

ב. נתון: $u = (8, 6, -10)$, $v = (-1, y, 0)$.

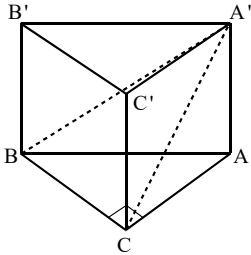
(1) מצא את שיעור ה- y של הווקטור v (מצא את שתי האפשרויות).

(2) מבין שני הערכים של y שמצאת בתת-סעיף ב'(1), מצא עבור איזה

ערך של y הבסיס DC הוא קוטר במעגל שהטרפז חסום בו.

הערה: אפשר לפתור את סעיף ב' בלי להסתמך על הפתרון של סעיף א'.

3. א. בסדרה הנדסית $a_1, a_2, a_3, \dots$ נתון: $a_4 = -8 + 8i$, $a_7 = 64 + 64i$. מצא את a_1 .



- ב. במנסרה ישרה, $ABCA'B'C'$, הבסיס ABC הוא משולש ישר-זווית ($\angle ACB = 90^\circ$), שבו $AB = c$, $\angle BAC = \alpha$. הזווית בין המישור $A'BC$ לבין המישור ABC היא β .
- הבע באמצעות c , α ו- β את נפח המנסרה.
 - שטח הפאה $ACC'A'$ שווה לשטח הפאה $BCC'B'$ ונפח המנסרה הוא c^3 . חשב את הזווית β .

הערה: אין קשר בין סעיף א ל-ב.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. א. (1) בעיירה מסוימת נמצא כי אצל כל הגברים בעיירה שיער הראש נושר בדעיכה מעריכית מגיל עשרים ואחת הלאה. כל שנה הגברים מאבדים 0.1% משיער ראשם. מצא כעבור כמה שנים מגיל עשרים ואחת יאבדו הגברים 0.2997% משיער ראשם.
- (2) נמצא כי אצל כל הילדות בעיירה מספר השערות גדל מאז הלידה בצורה מעריכית. ביום מסוים היו לילדה מהעיירה 100,000 שערות. כעבור m שנים נוספו לה 15,000 שערות. הבע באמצעות m בכמה אחוזים גדל כל שנה מספר השערות של הילדה.

- ב. פונקציית הנגזרת השנייה של פונקציה $f(x)$ היא $f''(x) = \frac{1}{(2x-1)^2} + e$. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ב- $(0;3)$. מצא את הפונקציה $f(x)$.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

5.

נתון הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (ראה ציור).

כמו כן נתון: $f(a)=d$, $f(o)=s$, $f(b)=p$, $f(c)=k$.

א. הבע באמצעות פרמטרים מתאימים:

(1) את השיעורים של נקודות הקיצון

של $f(x)$ וקבע את סוגן. נמק.

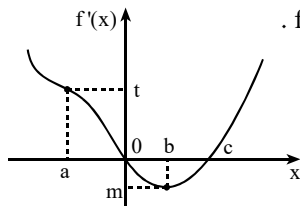
(2) את השיעורים של נקודת הפיתול

של $f(x)$. נמק.

ב. נסמן: x_1 – שיעור ה- x של נקודת הפיתול של $f(x)$.

x_2 – שיעור ה- x של נקודת המינימום של $f(x)$.

הבע באמצעות פרמטרים מתאימים את ערך האינטגרל $\int_{x_1}^{x_2} f'(x) \cdot e^{-f(x)} dx$



תשובות למבחן בגרות מספר 1 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד א:

1. א. $(8;5)$. ב. $E(5x_p - 32; 5y_p - 20)$, $y = -\frac{3}{4}x + 16$.

2. א. (1) $t = \frac{|\underline{u}| - |\underline{v}|}{|\underline{u}|}$. (2) $\overrightarrow{BC} = \frac{|\underline{v}|}{|\underline{u}|}\underline{u} + \underline{v}$. ב. (1) $y = \frac{1}{7}$ או $y = -7$. (2) $y = -7$.

3. א. $-1-i$. ב. (1) $\frac{1}{2}c^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha \tan \beta$. (2) 79.98° .

4. א. (1) כעבור 3 שנים (בערך). (2) $100 \cdot \sqrt[3]{1.15} - 100$ (התשובה היא באחוזים).

ב. $f(x) = -0.25 \ln |2x - 1| + 0.5x^2 - 0.5x + 3$.

5. א. (1) $(c;k)$ מינימום, $(0;s)$ מקסימום. (2) $(b;p)$. ב. $\frac{1}{e^p} - \frac{1}{e^k}$.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים פתרון?

+ הפתרונות למבחן זה הם בחינם!

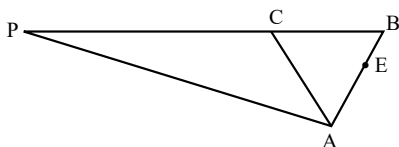


מבחן בגרות מספר 2

קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. נתונות הנקודות $A(0;0)$ ו- $E(3;6)$.

נקודה B נמצאת על המשך AE

כך $AB=AC$ ושטח המשולש CAE

גדול פי 3 משטח המשולש CEB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

ב. נקודה P נמצאת על המשך BC

כך ש- $PC=2BC$. מצא את משוואת המקום הגאומטרי

של הנקודות P הנוצרות באופן זה.

ג. הנקודה $(4;-40)$ נמצאת על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו

מצאת בסעיף ב'.

מצא עבור נקודה זו את משוואת האנך ל-BC העובר דרך C.

2. נתון מישור π שמשוואתו $2x+y-z+3=0$. הנקודות $B(1;-2;m)$

ו- $A(-1;-2;k)$ נמצאות במישור זה. הישר BG מאונך למישור π .

א. מצא את שיעורי הנקודה G אם גם נתון כי $|\overrightarrow{BG}|=\sqrt{96}$, ושיעור ה- x

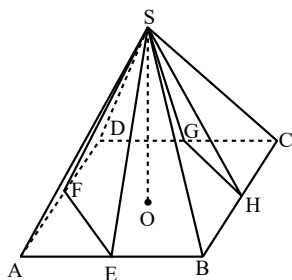
של הנקודה G הוא חיובי.

ב. דרך הנקודה G שאת שיעוריה מצאת בסעיף א', ודרך הנקודה

$E(11;6;-17)$ עובר ישר ℓ החותך את המישור π בנקודה F.

הוכח כי הנקודות A, B ו-F נמצאות על ישר אחד.

ג. מצא את המצב ההדדי בין הישר AF לציר ה- x.



3. א. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

E, F, G ו-H הן נקודות האמצע

של צלעות הבסיס (ראה ציור).

נתון כי גובה הפירמידה שווה לצלע הבסיס.

חשב את גודל הזווית שבין המישור SHG

למישור SFE.

ב. קדקודי מתומן משוכלל ABCDEFGH (מצולע בעל שמונה צלעות)

נמצאות במישור גאוס ומרכז המתומן נמצא בראשית הצירים.

נתון כי קדקוד A הוא $z=1+i$. מצא את הקדקודים B ו-H.

הצג אותם באמצעות מספרים מרוכבים.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. א. הכמויות של שני סוגי דגים, סוג א' וסוג ב', גדלות בצורה מעריכית.

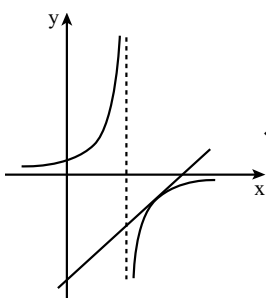
כמות הדגים מסוג א' גדלה כל חודש פי q_1 , וכמות הדגים מסוג ב' גדלה כל חודש פי q_2 .

כעבור מספר חודשים כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2,

וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4. q_2 גדול ב- 8.7% מ- q_1 .

מצא את מספר החודשים שבהם כמות הדגים מסוג א' גדלה פי 2,

וכמות הדגים מסוג ב' גדלה פי 4.



ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e}{e-x}$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה

ברביע הרביעי, שמשוואתו $y = \frac{4}{e}x - 8$ (ראה ציור).

חשב את השטח המוגבל על ידי המשיק,

על ידי גרף הפונקציה ועל ידי הישר $x = 2e$.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

5. 

נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2\ln x - 1}{x}$.

- נתון כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x > 0$, ויש לה נקודת פיתול בנקודה שבה $f(x) = b$.
- א. מצא את הפונקציה $f(x)$ (הבע באמצעות b).
- ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן (הבע באמצעות b במידת הצורך).
- (2) מצא תחומי קעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של $f(x)$.
- ג. (1) מצא עבור אילו ערכים של b הגרף של $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות.
- (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, עבור הערכים של b שמצא בתת-סעיף ג(1), אם נתון כי $b > 0$.
- ציין בסקיצה את נקודת הפיתול.

תשובות למבחן בגרות מספר 2 – קיץ תשס"ט, 2009, מועד ב:

1. א. $(4; 8)$. ב. $(x+8)^2 + (y+16)^2 = 720$. ג. $y = -8$.

2. א. $(9; 2; -1)$. ג. מצטלבים.

3. א. 38.94° . ב. $B = \sqrt{2} \operatorname{cis} 90^\circ = \sqrt{2}i$, $H = \sqrt{2} \operatorname{cis} 0^\circ = \sqrt{2}$.

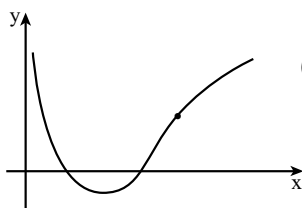
4. א. 8.309 חודשים. ב. $e \cdot \left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) = 0.525$.

5. א. $f(x) = \ln^2 x - \ln x + b - 0.75$.

ב. (1) $(\sqrt{e}; b-1)$ מינימום. ג. (1) $b < 1$. (2)

(2) $\cup : 0 < x < e\sqrt{e}$;

$\cap : x > e\sqrt{e}$.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים גיוון?

+ הפתרונות למבחן זה הם בחינם!

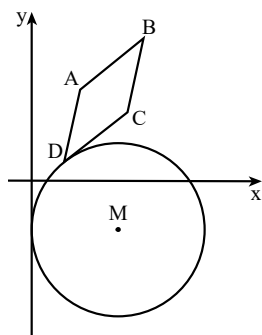


מבחן בגרות מספר 3

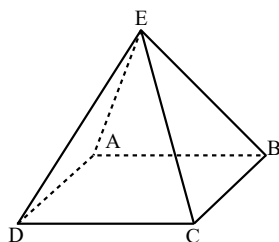
חורף תש"ע, 2010

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

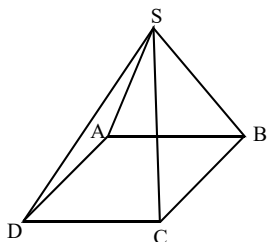


1. נתון מעגל, שמרכזו M נמצא ברביע הרביעי. המעגל משיק לציר ה- y . במקבילית ABCD הצלע DC משיקה למעגל זה בנקודה D, כמתואר בציור. נתון: $A(3;5)$, $B(7;8)$, רדיוס המעגל הוא 5, שטח המקבילית ABCD הוא 13. א. מצא את משוואת הישר DC. ב. מצא את השיעורים של הנקודה שבה המעגל משיק לציר ה- y .



2. בפירמידה ABCDE, שבסיסה ABCD הוא מקבילית, נתון כי $\vec{EA} \perp \vec{EC}$. א. הוכח: אם הבסיס ABCD הוא מלבן, אז $\vec{ED} \perp \vec{EB}$. ב. נסח את הטענה ההפוכה לטענה שבסעיף א', והוכח אותה.

3. א. נתון מקום גיאומטרי המקיים: $|z - \bar{z} + i| = |3z + \bar{z} - i|$, $z = x + yi$. מצא את משוואת הישר, המשיק לגרף של המקום הגיאומטרי הנתון בנקודה שבה $x = 0$.



ב. בפירמידה ישרה SABCD הבסיס הוא ריבוע, שאורך צלעו a , והזווית בין שני מקצועות צדדיים סמוכים היא β (ראה ציור). הזווית בין שתי פאות צדדיות סמוכות היא α .

$$(1) \text{ הראה כי } 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} = \sqrt{2}.$$

(2) נתון כי $\alpha = 100^\circ$.

הבע את שטח הפנים של הפירמידה באמצעות a .

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. א. בשעה 8:00 היו 100 גרם של חומר רדיואקטיבי I

ו- 100 גרם של חומר רדיואקטיבי II.

הכמות של כל אחד מהחומרים קטנה עם הזמן בצורה מעריכית.

כעבור חצי שעה נותרו 80 גרם של חומר I ו- 64 גרם של חומר II.

כעבור כמה שעות (מהשעה 8:00) יהיה ההפרש בין הכמויות של שני

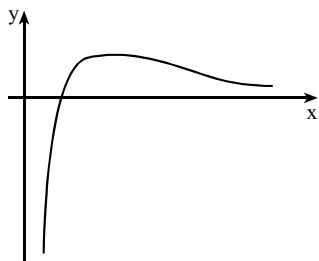
החומרים שווה ל- 25 גרם?

ב. מצא על גרף הפונקציה $f(x) = 2^x$ את הנקודה הקרובה ביותר

$$\text{לישר } y = x \cdot \ln 4.$$

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

5. בצויר מוצגת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(ax)}{x}$,



ונתונה הפונקציה $g(x) = -\frac{\ln(ax)}{x}$, $a > 1$.

מעבירים ישר דרך נקודות הקיצון

של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

השטח, המוגבל על ידי הישר,

על ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל ידי הישר $x = e$, שווה ל- $\ln^2(2e) - 1$.

מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודת הפיתול של $f(x)$

ודרך נקודת הפיתול של $g(x)$.

תשובות למבחן בגרות מספר 3 – חורף תש"ע, 2010:

1. א. $3x - 4y - 2 = 0$. ב. $(0; -3)$.

3. א. $y = 0$. ב. $3.4a^2$ (2) .

4. א. 1.55 שעות. ב. $(1; 2)$.

5. $x = 0.5e\sqrt{e}$.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים גיוון?



מבחן בגרות מספר 4

קיץ תש"ע, 2010, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. נקודה E נמצאת על אליפסה שמשוואתה $x^2 + 4y^2 = 36$. האליפסה חותכת את ציר ה-x בנקודה A ו-B. א. מצא את משוואת העקום שעליו נמצא המקום הגיאומטרי של מפגשי התיכונים במשולש ABE. ב. הנקודות $(\sqrt{2}; y)$ נמצאות על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת בסעיף א'. חיברו נקודות אלה עם הנקודות A ו-B, ונוצר מצולע. מצא את שטח המצולע. ג. האליפסה הנתונה התקבלה ממעגל על ידי הכפלת שיעורי ה-y של כל אחת מהנקודות על המעגל בקבוע, בלי לשנות את שיעורי ה-x שלהן. (1) מהי משוואת המעגל? (2) האם למעגל ולמקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א' יש נקודות חיתוך? נמק.
2. נתון משולש ABC שווה-שוקיים וישר-זווית, $\angle C = 90^\circ$. שניים מקדקודי המשולש הם: $A(3, -2, 1)$, $C(6, -2, -2)$. המישור $\pi: 2x + y + 2z - 15 = 0$ מקביל למישור ABC. א. (1) מצא את שתי האפשרויות לשיעורי הקדקוד B. (2) נסמן את שתי האפשרויות לקדקוד B ב- B_1 ו- B_2 . האם הקדקוד C נמצא על הישר B_1B_2 ? נמק. ב. נקודה D נמצאת במישור π . מצא את נפח הפירמידה DAB_1B_2 .

3. א. (1) נתונות נקודות המקיימות $\frac{|z^2 - i|}{|z^2 + 3i|} = 1$, $z = x + yi$.

רשום באמצעות x ו- y את משוואת המקום הגיאומטרי של נקודות אלה.

(2) באיזה רביע/רביעים נמצא המקום הגיאומטרי שאת משוואתו רשמת בתת-סעיף א (1)? נמק.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודות הנמצאות על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו רשמת, ומקיימות $|z|^2 = 1.25$.

(2) איזה מרובע נוצר כאשר מחברים את הנקודות שבתת-סעיף ב (1)? נמק.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - ae^{-x}}{e^x + ae^{-x}}$, a הוא פרמטר.

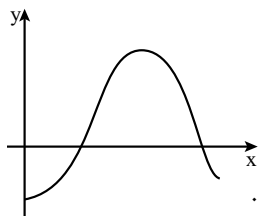
א. מצא עבור $a > 0$, ועבור $a < 0$ (הבע באמצעות a במידת הצורך):
(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה, ואת האסימפטוטות שלה המקבילות לצירים.

(2) תחומי עלייה וירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(3) נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

השאר $\ln$ בתשובותיך במידת הצורך.

ב. ידוע כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y נמצאת בחלק השלילי של הציר. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה:
(1) עבור $a > 0$. (2) עבור $a < 0$.



נתונות הפונקציות : $f(x) = \log_3(x^2 - 6x + 18)$

$$g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$$

המוגדרות לכל x בתחום $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{3}$.

בציור מוצג הגרף של הפונקציה $g(x)$ בתחום הנתון.

ענה על הסעיפים א-ב עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט

של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) נתון כי הישר $y = k$ משיק לגרף של $f(x)$ ולגרף של $g(x)$ באותה

נקודה. ($g'(x)$ שווה לאפס רק בנקודה אחת).

העתק למחברתך את הגרף של $g(x)$ ובאותה מערכת צירים שרטט

סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(3) פתור את המשוואה $\log_3(x^2 - 6x + 18) = \sin\left(\frac{\pi x}{6}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)$. נמק.

ב. (1) באיזה תחום $f'(x) > 0$, ובאיזה תחום $f'(x) < 0$?

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = 2$ ו- $x = 4$.

תשובות למבחן בגרות מספר 4 – קיץ תש"ע, 2010, מועד א:

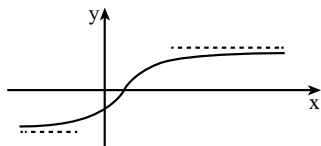
1. א. $x^2 + 4y^2 = 4$. ב. $6\sqrt{2}$. ג. $x^2 + y^2 = 36$ (1) . ד. לא. (2)

2. א. $(5; 2; -3)$, $(7; -6; -1)$. (2) כן. ב. 18.

3. א. (1) $y = -\frac{1}{2x}$. (2) רביע שני ורביע רביעי.

ב. (1) $(\frac{1}{2}; -1)$, $(-\frac{1}{2}; 1)$, $(1; -\frac{1}{2})$, $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$. (2) מלבן.

4. א. עבור $a > 0$:



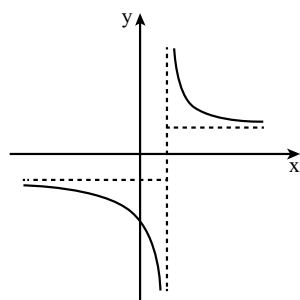
(1) תחום הגדרה: כל x ,

אסימפטוטות: $y = 1$, $y = -1$.

(2) עלייה: כל x ; ירידה: אין.

(3) $(0; \frac{1-a}{1+a})$, $(\frac{1}{2} \ln a; 0)$

עבור $a < 0$:



(1) תחום הגדרה: $x \neq \frac{1}{2} \ln(-a)$,

אסימפטוטות: $y = 1$, $y = -1$, $x = \frac{1}{2} \ln(-a)$.

(2) עלייה: אין; ירידה: $x > \frac{1}{2} \ln(-a)$

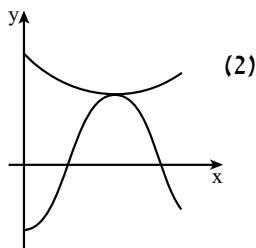
או $x < \frac{1}{2} \ln(-a)$

(3) $(0; \frac{1-a}{1+a})$

5. א. (1) $(0; 2.63)$ מקסימום מוחלט;

(2) מינימום מוחלט.

(3) $x = 3$.



ב. (1) $f'(x) > 0$: $3 < x < \frac{5\pi}{3}$; $f'(x) < 0$: $0 < x < 3$. (2) $2\log_3 10 - 4 = 0.192$.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים גיוון?



מבחן בגרות מספר 5

קיץ תש"ע, 2010, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.

נתונה המשוואה $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$, $a > 0$, $a \neq 4$.

א. עבור אילו ערכים של a מייצגת המשוואה: (1) אליפסה? (2) מעגל?

ב. ידוע כי המשוואה הנתונה מייצגת אליפסה.

באליפסה חסומים:

עיגול הנוגע באליפסה בנקודות

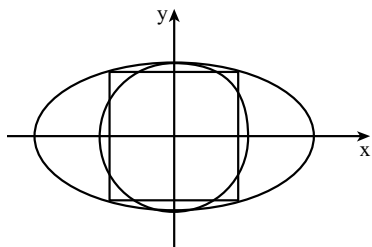
החיתוך שלה עם ציר ה- y ,

וריבוע שצלעותיו מקבילות לצירים

(ראה ציור). היחס בין שטח העיגול

החסום לבין שטח הריבוע החסום

הוא $\frac{4\pi}{9}$. מצא את הערך של a^2 .



הערה: אין קשר בין פתרון סעיף א' לפתרון סעיף ב'.

2.

נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

השיעורים של ארבעה מבין קדקודי הפירמידה הם:

$$S(1;1;8), C(-2;2;-1), B(4;-2;5), A(6;a;9)$$

בסיס הפירמידה נמצא במישור: $\pi: \underline{x} = (2;-1;4) + t(4;-3;5) + s(2;-1;1)$.

א. חשב את נפח הפירמידה SABCD (ערך מספרי).

ב. המישור π חותך את הצירים בנקודות K, L, M.

מצא את היחס בין נפח הפירמידה SABCD לבין נפח הפירמידה

OKLM (ראשית הצירים).

ג. האם הישר שעליו נמצא גובה הפירמידה SABCD חותך את כל

המישורים שעליהם מונחות פאות הפירמידה OKLM? נמק.

3. סדרת המספרים מרוכבים מקיימים לכל n טבעי: $z_n = (\cos \alpha + i \sin \alpha)^n$.
 א. הבע באמצעות α את $|z_2 - z_1|$.
 ב. הראה כי הביטוי $|z_{n+1} - z_n|$ אינו תלוי ב- n .

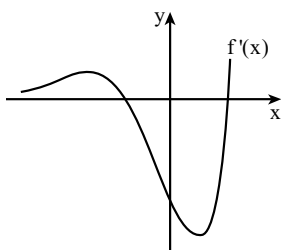
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 2x - a}{e^{-x}}$. a הוא פרמטר.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 ב. מצא עבור אילו ערכים של a יש לפונקציה $f(x)$ שתי נקודות קיצון.
 ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו ישרים המאונכים לציר ה- x . המרחק בין הישרים הוא 6. מצא את ערך הפרמטר a .
 הצב את הערך של a שמצאת, וענה על הסעיפים ד-ז:

- ד. מצא את סוגי הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
 ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



- ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ז. לפניך סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי הישר $x = -5$, על ידי ציר ה- y ועל ידי ציר ה- x .

5. א. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_b ax$ בתחום $1 \leq x \leq 2$, $a > 0$, $0 < b < 1$.
 בתחום הנתון הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 4,
 והערך הקטן ביותר של הפונקציה הוא 2.
 מצא את הערך של a ואת הערך של b .

Ⓢ ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_a(\tan x) + \log_a\left(\frac{3x-x^2}{\tan x}\right)$

בתחום $0 < a < 1, 0 < x < \frac{\pi}{2}$.

מצא את שיעורי x של נקודות הקיצון של $f(x)$ בתחום הנתון (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

תשובות למבחן בגרות מספר 5 – קיץ תש"ע, 2010, מועד ב:

1. א. $0 < a < 4$ (1) $a \neq \sqrt{8}$ (2) $a = \sqrt{8}$ ב. 9.

2. א. 12 ב. 8:1 ג. כן.

3. א. $\sqrt{2-2\cos\alpha}$

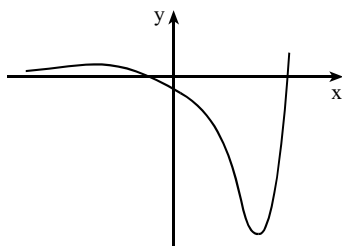
4. א. כל x ב. $a > -2$ ג. $a = 7$ ו.

ד. $(3; -4e^3)$ מינימום, $\left(-3; \frac{8}{e^3}\right)$ מקסימום.

ה. $(-1.83; 0)$, $(3.83; 0)$, $(0; -7)$.

ז. $7 + \frac{16}{e^3} - \frac{28}{e^5} = 7.6079$

5. א. $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ב. $x = 1.5$ מינימום.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים גיוון?

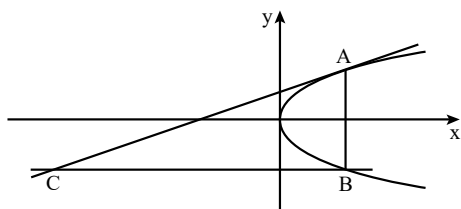


מבחן בגרות מספר 6

חורף תשע"א, 2011

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

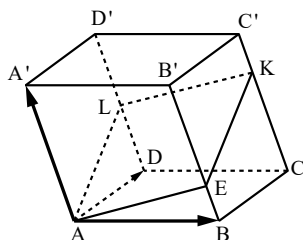


1. A ו-B נקודות כלשהן על הפרבולה $y^2 = 2px$, $p > 0$ כך שהמיתר AB מקביל לציר ה-y. ישר, המשיק לפרבולה בנקודה A, חותך בנקודה C את הישר שעובר דרך הנקודה B ומקביל לציר ה-x (ראה ציור).

א. (1) הבע באמצעות p את משוואת המקום הגיאומטרי של הנקודות C הנוצרות באופן שתואר.

(2) שרטט סקיצה של המקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת.

ב. נתון כי שיעור ה-y של נקודה C, הנמצאת על המקום הגיאומטרי שאת משוואתו מצאת, הוא $y = -2p$. חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולה, CA, ובין ציר ה-x.



2. נתון מקבילון $ABCD A'B'C'D'$ (גוף שכל פאותיו הן מקביליות). נקודה L היא אמצע המקצוע DD' . נקודה E נמצאת על המקצוע BB' כך ש- $\frac{B'E}{EB} = 3$.

נתון כי המקצוע AA' מאונך למישור AEL.

המישור חותך את המקצוע CC' בנקודה K (ראה ציור).

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{CK} = m\vec{CC'}$.

א. מצא את הערך של m .

ב. נתון כי ההצגה הפרמטרית של הישר CC' היא $\underline{x} = (4; 5; 8) + t(1; -1; 2)$,

הנקודה $(2; -1; 3)$ נמצאת במישור AEL, ושיעורי הקדקוד C'

הם $(x; y; 0)$. מצא את מרחק הקדקוד C מהמישור AEL.

3.

z_1, z_2, z_3 הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר דרך ראשית הצירים. z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון, ו- z_3 נמצא ברביע השלישי. נסמן: $z_1 = r_1(\cos \alpha + i \sin \alpha)$.

א. האם המנה $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ היא מספר ממשי, מספר מדומה טהור או מספר שהוא לא ממשי ולא מדומה טהור? נמק.

נתון גם כי z_1 ו- z_3 נמצאים על מעגל היחידה, ו- $\left| \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3} \right| = \frac{1}{2}$.

ב. חשב את הערך המוחלט של z_2 .

ג. z_4 הוא הצמוד של z_1 .

הבע באמצעות α את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות z_1, z_3, z_4 .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.

נתונות שלוש פונקציות I, II, III :

$$\text{I. } y = -2x + 4 \quad \text{II. } y = \ln x \quad \text{III. } y = \ln x + 2x - 4$$

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות, ומצא את האסימפטוטות שלהן המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ב. (1) שרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה I וסקיצה של גרף הפונקציה II. ציין מספרים על ציר ה- x .

(2) הסבר מדוע נקודת החיתוך בין הגרפים של הפונקציות I ו-II חייבת להימצא בתחום $1 < x < 2$.

ג. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה III (אם יש כאלה).

(2) ציין בין אילו ערכי x שלמים ועוקבים נמצאת נקודת החיתוך של גרף הפונקציה III עם ציר ה- x . נמק.

(3) לגרפים ששרטטת בתת-סעיף ב(1), הוסף בקו מרוסק (---) סקיצה של גרף הפונקציה III.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציה II, על ידי הגרף של פונקציה III ועל ידי הישרים $x = 1.5$ ו- $x = 2.5$.

5.

נתונה הפונקציה $f(x) = (1+x)e^{-x}$.

א. הראה כי $f'(x) = -xe^{-x}$.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

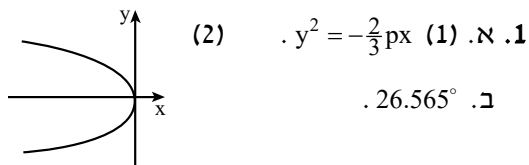
ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הראה כי עבור $a > 0$ מתקיים: $\int_{-1}^a f(x)dx < e$.

ו. (1) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,
על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

(2) הסבר מדוע עבור $a > 0$ מתקיים: $\int_{-1}^a f(x)dx > e-2$.

תשובות למבחן בגרות מספר 6 – חורף תשע"א, 2011:



2. א. $m = \frac{3}{4}$ ב. $9\sqrt{6}$

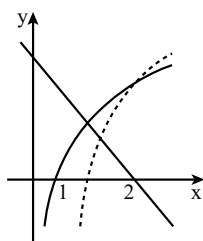
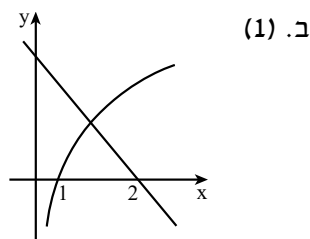
3. א. מספר ממשי. ב. $|z_2| = 3$ ג. $\sin 2\alpha$

4. א. I : תחום הגדרה: כל x אסימפטוטות: אין.

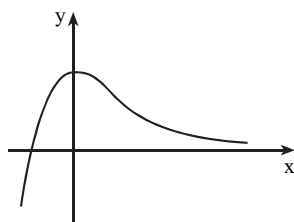
II : תחום הגדרה: $x > 0$ אסימפטוטות: $x = 0$

III : תחום הגדרה: $x > 0$ אסימפטוטות: $x = 0$

(2) $1 < x < 2$



ג. (1) עלייה: $x > 0$; ירידה: אף x . (2) בין 1 ל-2. (3)
 ד. $\frac{1}{2}$



5. ב. (0;1) מקסימום.

ג. (0;1), (-1;0)

ו. (1) $e - 2 = 0.718$



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

נזרים מבין?



מבחן בגרות מספר 7

קיץ תשע"א, 2011, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.

נתון משולש ABC ששטחו $12\frac{1}{2}$.

קדקודי המשולש B ו-C מונחים על הישר $y = x + 1$.

שיעורי הקדקוד A הם (3;12).

P היא נקודת החיתוך של התיכונים במשולש.

שיעור ה-y של P הוא $5\frac{1}{2}$.

א. מצא את השיעורים של שני הקדקודים האחרים במשולש ABC.

ב. מעבירים ישר המקביל לצלע BC, וחותך את הצלעות האחרות

(ולא את המשכיהן) בנקודות D ו-E. האורך של DE הוא $\sqrt{8}$.

מצא את משוואת הישר DE.

2.

נתונה תיבה ABCDA'B'C'D'.

נסמן: $\vec{AA'} = \vec{w}$, $\vec{AD} = \vec{y}$, $\vec{AB} = \vec{u}$.

נתון: $|\vec{y}| = 1$, $|\vec{u}| = |\vec{w}| = 2$.

נקודה F מקיימת $\vec{BF} = t\vec{BC}$, t הוא פרמטר.

הנקודה E היא אמצע האלכסון A'D.

א. הראה כי לא קיים ערך של t שעבורו $\angle EAF = 30^\circ$.

ב. (1) מצא את הערך של t שעבורו $\cos \angle EAF = \frac{1}{5}$.

(2) היכן נמצאת הנקודה F עבור הערך של t שמצאת:

בתוך הקטע BC, באחד מקצות הקטע BC או מחוץ לקטע BC?

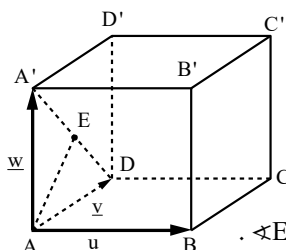
נמק.

ג. אם EF מקביל למישור הפאה ABB'A', מצא את היחס שבו הנקודה F

מחלקת את הקטע BC. נמק.

ד. האם נפח הפירמידה AEDF תלוי בערך של t?

אם כן – הסבר מדוע. אם לא – חשב את נפח הפירמידה.



3. נתונה סדרה: $i, i^2, i^3, \dots, i^n, \dots$.

- א. הראה כי כל איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי קדקודי ריבוע החסום במעגל היחידה (מעגל שרדיוסו 1 ומרכזו בראשית הצירים).
- ב. (1) הראה כי סכום $4n$ האיברים הראשונים בסדרה הוא מספר ממשי.
(2) מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה.
- ג. נתונה סדרה של n מספרים מרוכבים: $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$.
איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי n קדקודים של מצולע משוכלל בעל n צלעות החסום במעגל היחידה.
איברים עוקבים בסדרה מייצגים קדקודים סמוכים במצולע נגד כיוון השעון. נתון גם כי $z_1 = 1$.
(1) רשום בהצגה קוטבית את האיבר z_n (הבע באמצעות n).
(2) רשום משוואה שפתרונותיה מיוצגים על ידי n הקדקודים של המצולע המשוכלל.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(1 + e^{-x}) + \frac{1}{3}x$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- ב. M ו- N הן נקודות על גרף הפונקציה $f(x)$, ששיעורי ה- x שלהן שונים מאפס. שיעור ה- x של M הוא x_0 , ושיעור ה- x של N הוא $-x_0$. הוכח כי שיפוע הישר שמשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$, שווה לשיפוע הקטע MN .
- ג. מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- ד. (1) מצא עבור אילו ערכי x פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא שלילית.
(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי שני הצירים.

5.

נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x^2 + a)$, $a > 0$ הוא פרמטר, לגרף הפונקציה יש שיפוע מקסימלי ושיפוע מינימלי בנקודות שבהן $y = 3 \ln 2$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את הערך של a .

ג. מצא את גודל השיפוע המקסימלי של $f(x)$, ואת גודל השיפוע המינימלי של $f(x)$.

הצב $a = 4$, וענה על סעיף ד.

ד. (1) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$.

(3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות למבחן בגרות מספר 7 – קיץ תשע"א, 2011, מועד א:

1. א. $(7; 8)$, ב. $(4.5; 5.5)$. ב. $y = x - 1$.

2. ב. (1) $t = 1$. (2) נקודה F נמצאת בקצה הקטע BC (מתלכדת עם הקדקוד C).

ג. $BF:FC = 1:1$. ד. אינו תלוי בערך של t ושווה ל- $\frac{1}{3}$.

3. ב. (1) $S_{19} = -1$. ג. (1) $z_n = \text{cis} \left[\frac{360^\circ(n-1)}{n} \right]$. (2) $z^n = 1$.

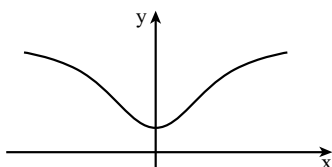
4. א. כל x . ג. $y = -\frac{2}{3}$, $y = \frac{1}{3}$. ד. (1) $x < \ln 2$. (2) $-\ln 1 \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \ln 2 = 0.0566$.

5. א. כל x . ב. $a = 4$. ג. שיפוע מקסימלי $\frac{1}{2}$, שיפוע מינימלי $-\frac{1}{2}$.

ד. (1) $(0; \ln 4)$ מינימום. (3)

(2) $-2 < x < 2$ $\cup$.

$\cap$: $x < -2$ או $x > 2$.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים פתרון?

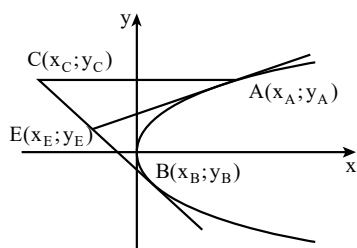


מבחן בגרות מספר 8

קיץ תשע"א, 2011, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. (▶)

נתונה הפרבולה $y^2 = 2x$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה A

נפגש בנקודה E עם הישר המשיק

לפרבולה בנקודה B

(A ברביע הראשון ו-B ברביע הרביעי).

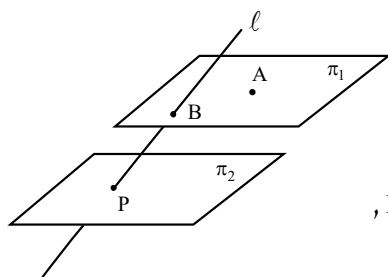
דרך הנקודה A העבירו ישר החותך

את המשיך EB בנקודה C,

כך ש- $CE = EB$, כמתואר בציור.

א. הראה כי $y_E(y_A - y_B) = x_A - x_B$.

ב. הראה כי CA מקביל לציר ה-x.



2. (▶)

נתונות משוואות של שני מישורים:

$$\pi_1: 2x + y + 2z + 10 = 0$$

$$\pi_2: 2x + y + 2z - 10 = 0$$

נתון ישר שהצגתו הפרמטרית היא:

$$\ell: \underline{x} = (0; 10; 0) + t(0; 2; 1)$$

הישר ℓ חותך את המישור π_1 בנקודה B,

ואת המישור π_2 הוא חותך בנקודה P.

הנקודה $A(-5; 0; z)$ נמצאת במישור π_1

(ראה ציור).

מהנקודות A ו-B העבירו אנכים למישור π_2 ,

החותכים את המישור בנקודות D ו-C בהתאמה.

מצא את נפח הפירמידה PABCD (שבסיסה ABCD).

3. א. נתון מספר מרוכב z (שהוא לא ממשי) המקיים $z + \frac{1}{z} = 2\cos\beta$, $z \neq 0$.
 (1) הבע באמצעות β את z . מצא את שני הפתרונות.
 (2) האם הביטוי $z^n + \frac{1}{z^n}$ הוא מספר ממשי טהור או מספר מדומה
 טהור או מספר המורכב ממספר ממשי וממספר מדומה? נמק.
 (n הוא מספר טבעי. z הוא המספר הנתון.)

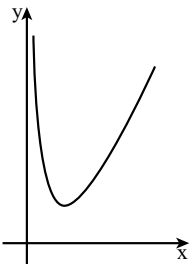
- ב. נתון כי מספר מרוכב z נמצא ברביע הראשון מחוץ למעגל היחידה.
 שרטט במערכת צירים סקיצה של מעגל היחידה,
 ומקם בשרטוט את המספר z , ואת:
 (1) $\frac{1}{z}$. נמק. (2) $\frac{1}{\bar{z}}$. נמק. (3) $z + \bar{z}$. נמק.
הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. א. נתונה הפונקציה $f(x) = 2^{x-3} - b$ המוגדרת לכל x .
 b הוא פרמטר גדול מ-1.
 (1) הבע באמצעות b את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$
 המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
 (2) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (3) הבע באמצעות b את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף
 הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (4) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = |f(x)|$.
 (1) הבע באמצעות b את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$
 המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
 (2) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ג. הבע באמצעות b את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,
 על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = 3$.

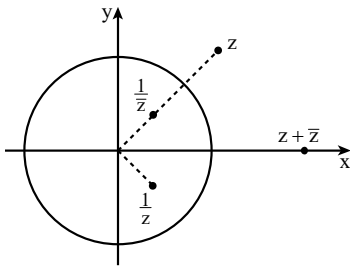
5.



נתונה הפונקציה $f(x) = (\ln x)^2 + x$, $x > 0$ (ראה ציור),
ונתון הישר $y = x - 4$.
נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$,
ונקודה B נמצאת על הישר הנתון.
א. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB,
אם הקטע מקביל לציר ה- y .
ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע AB,
אם הקטע מאונך לישר הנתון.
ג. מבין כל הקטעים AB האפשריים,
מהו האורך המינימלי של הקטע AB? נמק.

תשובות למבחן בגרות מספר 8 – קיץ תשע"א, 2011, מועד ב:

2. $129\frac{17}{27}$



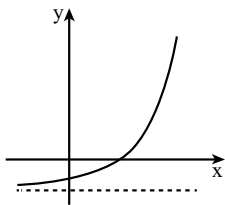
ב.

3. א. $z_1 = \cos \beta + i \sin \beta = \text{cis } \beta$ (1)

$z_2 = \cos \beta - i \sin \beta = \text{cis } (-\beta)$

(2) ממשי טהור.

הערה: $z + \bar{z}$ נמצא על הציר הממשי (בתוך המעגל, על המעגל או מחוץ לו).



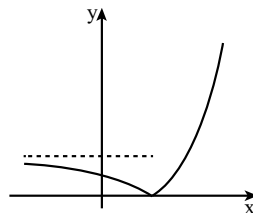
(4)

4. א. (1) $y = -b$

(2) עלייה: כל x

ירידה: אף x

(3) $(0; \frac{1}{8} - b)$, $(3 + \log_2 b; 0)$



(2)

ב. (1) $y = b$

ג. $3b - \frac{7}{8 \ln 2} = 3b - 1.26$

5. א. 4. ב. $\sqrt{8}$. ג. $\sqrt{8}$



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

נוצ'ים ג'ורן?

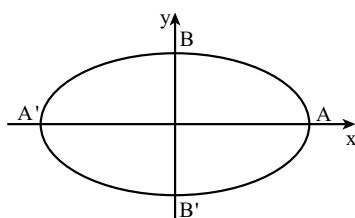


מבחן בגרות מספר 9

חורף תשע"ב, 2012

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ חותכת את ציר ה- x

בנקודות A ו-A', ואת ציר ה- y

היא חותכת בנקודות B ו-B'.

א. נתון כי הישר $y = -\frac{5}{4}x$

מאונך לישר A'B, והמרחק

בין הנקודה B לאחד המוקדים

של האליפסה הוא 5. מצא את משוואת האליפסה.

ב. F_1 ו- F_2 הם המוקדים של האליפסה. E היא נקודה על האליפסה.

מצא את ההיקף של המשולש EF_1F_2 .

ג. מקרבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה- x .

נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות A ו-A',

ומוקדיה הם F'_1 ו- F'_2 . E' היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש-E'E

מקביל לציר ה- y . הגובה לצלע $F'_1F'_2$ במשולש $E'F'_1F'_2$

גדול פי k ($k > 1$) מהגובה לצלע F_1F_2 במשולש EF_1F_2 .

(1) הבע באמצעות k את משוואת האליפסה החדשה.

(2) עבור איזה ערך של k המוקדים F'_1 ו- F'_2 יתלכדו לנקודה אחת

בראשית הצירים? נמק.

2.

נתונה פירמידה ABCDT שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

משוואת מישור הבסיס ABCD היא: $2x + 2y - z - 4 = 0$.

הצגה פרמטרית של הישר TB היא: $\underline{x} = (1; 2; -7) + t(3; 2; 1)$.

א. מצא את השיעורים של הקדקוד B.

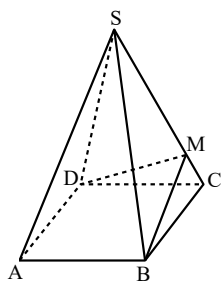
ב. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M. אחת מהנקודות

M ו-D נמצאת על ציר ה- x , ואחת מהן נמצאת על ציר ה- z .

קבע איזו מהנקודות נמצאת על ציר ה- x . נמק.

- ג. דרך נקודה על הישר TB העבירו אנך למישור המקבילית $ABCD$.
האנך חותך את המישור בנקודה E .
(1) מצא הצגה פרמטרית של הישר BE (ההיטל של הישר TB על מישור המקבילית).
(2) מצא את המצב ההדדי בין הישר BE לאלכסון BD .

3. א. z הוא מספר מרוכב הנמצא ברביע הרביעי, והערך המוחלט שלו הוא 1. נתון: $\left|1 + \frac{1}{z}\right| = \sqrt{3}$. O היא ראשית הצירים.
מצא במשולש $Oz\bar{z}$: (1) את זוויות המשולש.
(2) את אורכי הצלעות של המשולש.



- ב. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע. M היא נקודה על המקצוע SC כך ש- $\angle DMB$ היא הזווית שבין שתי פאות סמוכות (ראה ציור). נתון: $\angle DMB = 2\alpha$, זווית הבסיס בפאה צדדית היא β .
(1) מצא את הערך של המכפלה $\sin \alpha \cdot \sin \beta$.
(2) האם ייתכן ש- $\alpha = 45^\circ$? נמק.
הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

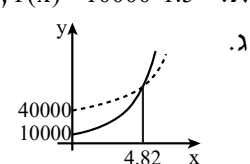
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתון כי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, המוגדרות לכל ערך של x , מקיימות: $g'(x) = e^{f(x)} \left(x - \frac{3}{2}\right)$, $f'(x) = 2x - 3$.
ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה, חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -\frac{1}{4}$.
א. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ עם הצירים.
(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
(3) נתון גם: $g'''(x) < 0$ עבור $x < 1.5$, $g'''(x) > 0$ עבור $x > 1.5$. שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.
ב. לישר $y = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}} + 1$ ולפונקציה $g(x)$ יש נקודה משותפת אחת בלבד. מצא את הפונקציה $g(x)$. נמק.

- משקל העץ בשני יערות, יער I ויער II, גדל עם הזמן לפי פונקציות מעריכיות $f(x) = N_0 \cdot a^x$ ו- $g(x) = M_0 \cdot b^x$, בהתאמה. העצים בשני היערות ניטעו באותו תאריך. ביום הנטיעה היו ביער I 10,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 15,000 טון עץ. ביום הנטיעה היו ביער II 40,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 45,000 טון עץ. א. מצא את הפונקציה $f(x)$ ואת הפונקציה $g(x)$. ב. מצא כעבור כמה זמן מיום הנטיעה יהיה משקל העץ ביער I גדול ממשקל העץ ביער II. ג. שרטט בקו מלא (—) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, ובקו מרוסק (- - -) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, החל מיום הנטיעה. ציין מספרים על הצירים. ד. כעבור כמה זמן מיום הנטיעה ההפרש בין משקל העץ ביער II למשקל העץ ביער I יהיה הגדול ביותר? בתשובותיך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

תשובות למבחן בגרות מספר 9 – חורף תשע"ב, 2012:

- א. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. ב. 16 . ג. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16k^2} = 1$ (1) . ד. $k = \frac{5}{4}$ (2) .
- א. $(-2; 0; -8)$. ב. נקודה D . ג. $\underline{x} = (-2; 0; -8) + R(1; 0; 2)$ (1) . ד. מתלכדים. (2)
- א. $(1) 30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$. ב. $1, 1, \sqrt{3}$. ג. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (1) . ד. לא. (2)
- א. $(1) (1\frac{1}{2}; 0), (0; -1\frac{1}{2}e^2)$. ב. $g(x) = \frac{1}{2}e^{x^2-3x+2} + 1$. ג. (2) עלייה: כל x ; ירידה: אין.
- א. $f(x) = 10000 \cdot 1.5^x, g(x) = 40000 \cdot 1.125^x$. ב. כעבור יותר מ-4.82 שנים. ג.  . ד. כעבור 0.52 שנים.



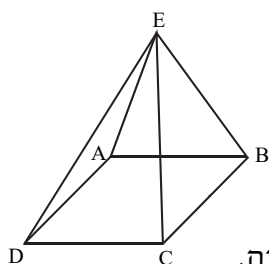
מבחן בגרות מספר 10

קיץ תשע"ב, 2012, מועד א

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. במשולש ABC משוואת הצלע AB היא $y = x - 1$, ומשוואת הצלע AC היא $y = -x + 3$. הנקודה $D(6;3)$ נמצאת על הצלע BC. נתון כי $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$.
 - א. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.
 - ב. הנקודה $D(6;3)$ נמצאת על הפרבולה $y^2 = 2px$. ישר המשיק לפרבולה בנקודה D נפגש בנקודה F עם ישר העובר דרך C כך ש- $FD = FC$. מצא את שטח המשולש FDC.
2. נתונים שני מישורים π_1 ו- π_2 המקבילים זה לזה. המרחק בין שני המישורים הוא 2.
 - מישור π_1 עובר דרך הנקודות $A(2;0;3)$ ו- $B(0;0;6)$.
 - מישור π_2 עובר דרך הנקודה $C(-2;0;2)$.
 - מצא את משוואת המישור π_1 ואת משוואת המישור π_2 (מצא את שתי האפשרויות לכל אחד מהמישורים).
3. א. נתונה המשוואה $z^3 = w$.
 - נתון כי אחד הפתרונות של המשוואה הוא $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.
 - הראה כי מכפלה של כל שני פתרונות של המשוואה גם היא פתרון של המשוואה.

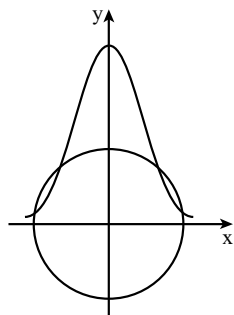


- ב. נתונה פירמידה ישרה $ABCDE$ שבסיסה ריבוע (ראה ציור).
 הזווית בין פאה צדדית בפירמידה לבסיס הפירמידה היא 70° .
 (1) מצא את גודל זווית הראש בפאה צדדית.
 (2) נפח הפירמידה הוא 11 סמ"ק.
 מצא את האורך של צלע הבסיס של הפירמידה.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2-0.5x^2}$.
 מעגלים שמרכזם בראשית הצירים נפגשים עם גרף הפונקציה (ראה ציור).
 מבין כל הרדיוסים של מעגלים אלה מצא את הרדיוס המינימלי.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{a}{(a^2+1)(ax+1)}$. a הוא פרמטר בפונקציה $f(x)$.
 נתון כי הפונקציה $F(a)$ בתחום $a \geq 0$ מקיימת: $F(a) = \int_0^a f(x) dx$.
 א. מצא את הפונקציה $F(a)$.
 ב. בתחום $a \geq 0$ מצא:
 (1) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(a)$,
 וקבע את סוגן.
 (2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $F(a)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $F(a)$ בתחום $a \geq 0$.

תשובות למבחן בגרות מספר 10 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד א:

1. א. $(x-6)^2 + (y-1)^2 = 16$. ב. 36 .

2. $3x + 6y + 2z - 12 = 0 : \pi_1$, $3x + 6y + 2z + 2 = 0 : \pi_2$,

או $3x - 6y + 2z - 12 = 0 : \pi_1$, $3x - 6y + 2z + 2 = 0 : \pi_2$.

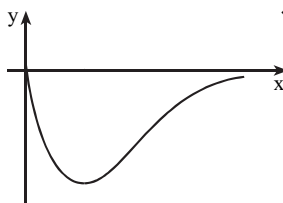
3. ב. (1) 37.76° . (2) 2.885 ס"מ.

4. $\sqrt{5}$.

5. א. $F(a) = \frac{-\ln(a^2+1)}{a^2+1}$.

ב. (1) $(0;0)$ מקסימום, $(\sqrt{e-1}; -\frac{1}{e})$ מינימום.

(2) $(0;0)$. ג.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים פתרון?



מבחן בגרות מספר 11

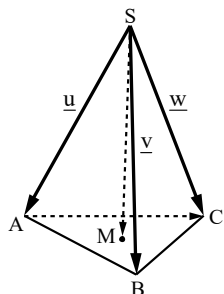
קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.

- במשולש ישר-זווית ABC נתון: $\angle ACB = 90^\circ$, $C(4; -2)$.
 משוואת היתר AB היא $2x + y - 3 = 0$.
 שיעור ה- x של קדקוד A גדול משיעור ה- x של קדקוד B .
 א. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B ,
 שעבורם ניצבי המשולש ABC מקבילים לצירים.
 ב. נתון כי ניצבי המשולש ABC אינם מקבילים לצירים, אך אורך היתר
 שלו זהה לאורך היתר במשולש שבסעיף א'. מצא את השיעורים של
 קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B במקרה זה.



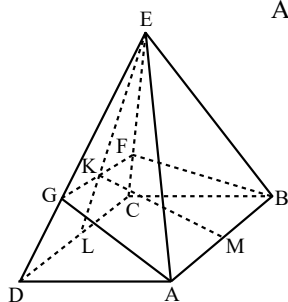
2.

- נתונה פירמידה ישרה $SABC$.
 נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$.
 M היא נקודה במישור ABC
 כך ש- $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.
 נתון: $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{w}$.
 א. הוכח כי הווקטור $\vec{SM}$ מאונך למישור ABC .
 נתון גם: $\underline{v} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; -2\right)$, $\underline{u} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}; -2\right)$
 $C(0, \sqrt{3}, 0)$, $\underline{w} = (0, \sqrt{3}, -2)$.
 ב. מצא את משוואת המישור ABC .
 ג. דרך קדקוד C העבירו מישור π המקביל למקצוע AB ויוצר זווית
 של 30° עם המישור ABC .
 מצא את משוואת המישור π (מצא את שני הפתרונות).

3. א. z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים שונים מאפס.

נתון כי $\frac{z_1}{z_2}$ הוא מספר מדומה טהור.

הוכח כי הישר העובר דרך הנקודה z_1 וראשית הצירים מאונך לישר העובר דרך הנקודה z_2 וראשית הצירים. (הנקודות z_1 ו- z_2 מייצגות במישור גאוס את המספרים הנתונים).



ב. נתונה פירמידה ישרה EABCD שבסיסה ABCD

הוא ריבוע. F היא נקודה על המקצוע EC,

ו-G היא נקודה על המקצוע ED

כך שנוצר המישור GFBA.

EL, הגובה ל-DC בפאה EDC,

חותך את GF בנקודה K.

KM הוא אנך אמצעי ל-AB (ראה ציור).

הזווית בין פאה צדדית של הפירמידה

לבסיס הפירמידה היא 70° .

הזווית בין המישור GFBA לבסיס הפירמידה היא 40° .

גובה הפירמידה הוא 2.75 ס"מ. מצא את האורך של הקטע KL.

הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a \ln x}{\sqrt{x}}$, $a < 0$.
א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. השטח, החסום על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר

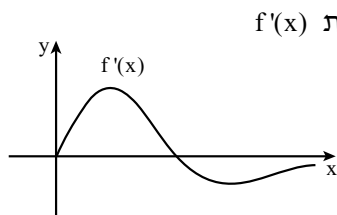
העובר בנקודת הקיצון של הפונקציה ומאונך לציר ה- x , מסתובב

סביב ציר ה- x .

נפח גוף הסיבוב שמתקבל הוא $\frac{8\pi}{3}$. מצא את הערך של a .

5. 

נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - a)e^{-0.5x^2}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר.
א. (1) האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.
(2) האם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.



בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq 0$.

בתחום זה יש לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ מקסימום מוחלט ומינימום מוחלט, כמתואר בציור.

אחת מנקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x היא נקודה שבה $x = \sqrt{\frac{5}{2}}$.

ב. מצא את שיעורי ה- x (ערכים מספריים) של המקסימום המוחלט ושל המינימום המוחלט של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq 0$.

ג. שרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בכל תחום ההגדרה שלה.
ד. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא:

(1) הגדול ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

(2) הקטן ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

תשובות למבחן בגרות מספר 11 – קיץ תשע"ב, 2012, מועד ב:

1. א. $A(4; -5)$, $B(2.5; -2)$. ב. $A(3.1; -3.2)$, $B(1.6; -0.2)$.

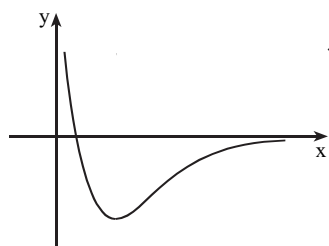
2. ב. $z = 0$. ג. $y + \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$ או $y - \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$.

3. ב. 1.369 ס"מ.

4. א. (1) $x > 0$. (2) $(1; 0)$. ב.

(3) עלייה: $x > e^2$; ירידה: $0 < x < e^2$.

ג. $a = -1$.



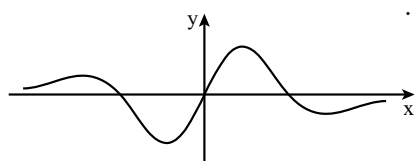
5. א. (1) הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

(2) פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא אי-זוגית.

ב. מקסימום מוחלט: $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$. ג.

מינימום מוחלט: $x = \sqrt{5}$.

ד. (1) $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$. (2) $x = -\sqrt{\frac{1}{2}}$.



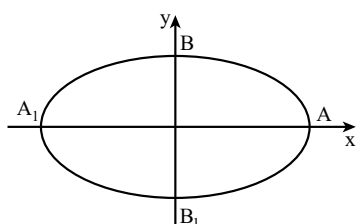


מבחן בגרות מספר 12

חורף תשע"ג, 2013

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. נתונה האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a > b$. (ראה ציור).

F_1 ו- F_2 הם מוקדי האליפסה

וקדקודיה הם A, A_1, B, B_1 .

נתון כי המוקד F_1 הוא אמצע הקטע AF_2 .

דרך מרכז האליפסה ושניים מקדקודיה

העבירו מעגל. נתון כי קוטר המעגל הוא $\sqrt{17}$.

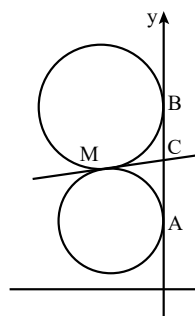
א. מצא את משוואת האליפסה.

ב. העבירו עוד שלושה מעגלים אחרים דרך מרכז האליפסה ושניים

מקדקודיה. המרכזים של ארבעת המעגלים הם קדקודים של מרובע.

המרובע, הנמצא במישור $[xy]$, הוא בסיס של פירמידה שקדקודה

הוא $S(0,3,4)$. מצא את נפח הפירמידה.



2. שני מעגלים שמרכזיהם נמצאים ברביע השני,

משיקים לציר ה- y בנקודות $A(0;1)$ ו- $B(0;3)$.

המעגלים משיקים זה לזה בנקודה M (ראה ציור).

א. המשיק המשותף לשני המעגלים

חותך את ציר ה- y בנקודה C .

הראה כי $MC = \frac{1}{2}AB$.

ב. (1) מצא את משוואת המקום הגיאומטרי של

נקודות ההשקה M הנוצרות באופן שתואר.

(2) מהי הצורה של המקום הגיאומטרי

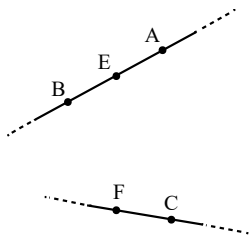
של הנקודות M , ובאיזה רביע/רביעים הוא נמצא?

ג. המדרוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ משיק למקום הגיאומטרי שאת

משוואתו מצאת בסעיף ב'. מצא את שיעורי הנקודות על הפרבולה

שמרחקן מהמוקד שלה הוא 10.

3. 



נתונים שני ישרים מצטלבים.
קטע AB נמצא על אחד הישרים,
וקטע CF נמצא על הישר האחר.
נקודה E היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).

נסמן: $\vec{EA} = \underline{w}$, $\vec{FE} = \underline{v}$, $\vec{CF} = \underline{u}$.

נתון: $\underline{v} \perp \underline{u}$, $\underline{v} \perp \underline{w}$

$|\underline{u}| = \sqrt{7}$, $|\underline{v}| = \sqrt{13}$, $|\underline{w}| = \sqrt{5}$

קוסינוס הזווית בין הווקטורים $\underline{u}$ ו- $\underline{w}$ הוא $\frac{\sqrt{35}}{10}$.

א. מצא את גודל הזווית ABC.

נתון גם: A(0,2,3), B(2,6,3).

מישור π עובר דרך הנקודה B ומאונך לישר AB.

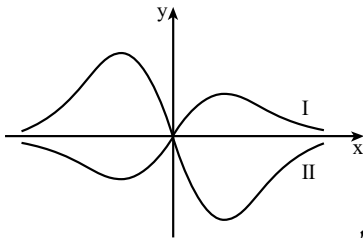
ב. מצא את משוואת המישור π .

ג. היעזר בתשובתך לסעיף א' ומצא את גודל הזווית שבין הישר BC למישור π .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. 



נתונות הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$

מקיימות: $g'(x) = -2f(x)$.

בציור שלפניך מוצגים הגרפים I ו-II של

הפונקציות $f(x)$ ו- $g'(x)$.

א. קבע איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. נתון גם: $g(0.5) = \frac{1}{e^{0.25}}$, $g'(x) = -2xe^{-x^2}$.

מצא עבור אילו ערכים של x הגרף של הפונקציה $f(x)$

נמצא מעל הגרף של הפונקציה $g(x)$.

ג. הישר ℓ_1 עובר דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$

ודרך נקודת המקסימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

הישר ℓ_2 עובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$

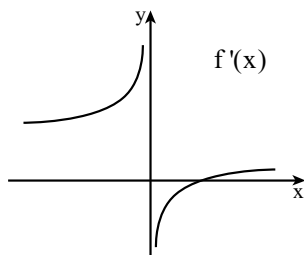
ודרך נקודת המינימום של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

מצא את משוואת הישר ℓ_1 , ואת משוואת הישר ℓ_2 .

ד. השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_1 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_1 .
השטח, המוגבל על ידי הישר ℓ_2 , על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$, הוא S_2 .
מהו היחס $\frac{S_1}{S_2}$? נמק.

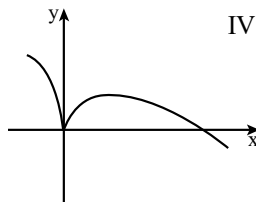
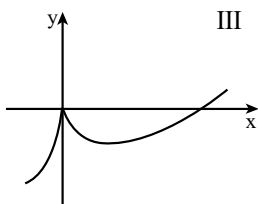
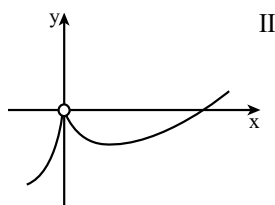
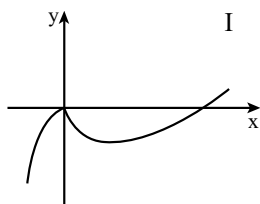
5. 

בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{x} - 2}{\sqrt[3]{x}}$. הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .



- א. היעזר בגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ומצא:
(1) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמק.
(2) את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

- ב. נתון כי הישר $y = -1$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
ג. לפניך ארבעה גרפים I-IV. איזה גרף עשוי לתאר את הפונקציה $f(x)$? נמק.



תשובות למבחן בגרות מספר 12 – חורף תשע"ג, 2013:

1. א. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$. ב. $8\sqrt{2}$.
2. ב. (1) $x^2 + (y-2)^2 = 1$, $x < 0$. (2) קשת המעגל $x^2 + (y-2)^2 = 1$ ברביע השני.
ג. $(9; 6)$, $(9; -6)$.
3. א. 80.9° . ב. $x + 2y - 14 = 0$. ג. 9.1° .
4. א. I הוא של $f(x)$, II הוא של $g'(x)$. ב. $x > 1$. ג. $\ell_1: x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\ell_2: x = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
ד. $\frac{S_1}{S_2} = 1$.
5. א. (1) עלייה: $x > 1$ או $x < 0$; ירידה: $0 < x < 1$.
(2) $\cup$: $x > 0$ או $x < 0$; $\cap$: אין . ב. $(0; 0)$, $(3.375; 0)$. ג. גרף III .



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים פתרון?

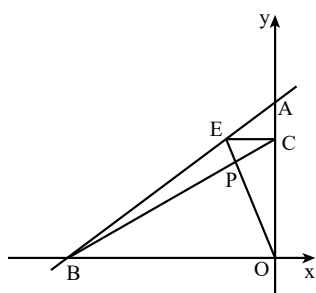


מבחן בגרות מספר 13

קיץ תשע"ג, 2013, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. נתונות הנקודות: $A(0;6)$, $B(-8;0)$.

דרך הנקודה E שעל הקטע AB

מעבירים ישר המקביל לציר ה-x

(הנקודה E שונה מ-A ומ-B).

הישר חותך את ציר ה-y בנקודה C.

הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P.

O – ראשית הצירים (ראה ציור).

א. הראה כי המקום הגיאומטרי

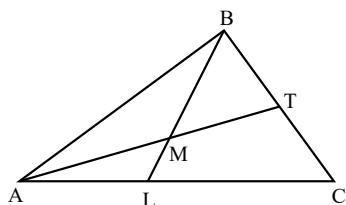
שעליו נמצאות הנקודות P

הנוצרות באופן שתואר, נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה P_0 נמצאת על המקום הגיאומטרי שמצאת בסעיף א',

כך שהנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO.

מצא את שטח המשולש AP_0O .



2. במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT.

הנקודה L נמצאת על הצלע AC.

AT ו-BL נפגשים בנקודה M (ראה ציור).

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.

$\vec{BM} = \beta \vec{BL}$, $\vec{AM} = \alpha \vec{AT}$.

א. נתון: $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$.

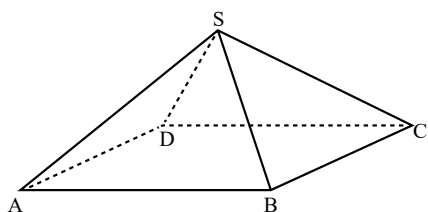
מצא את הערך של α ואת הערך של β .

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגיאומטרי שעליו מונחות הנקודות B, שעבורן במשולש ABC מתקיים: $AT = \sqrt{50}$, $A(1;0)$, $y = (7;7)$.

על פי הנתונים שבתת-סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א' ענה על התת-סעיפים (2) ו-(3).
 (2) מצא את השיעורים של הנקודה L.
 (3) אם הישר MB מקביל לציר ה-y, מצא את השיעורים של הקדקוד B.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

3. א. נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD



הוא מקבילית (ראה ציור).

נסמן $\vec{SD} = \underline{v}$, $\vec{SA} = \underline{w}$, $\vec{SB} = \underline{u}$

(1) הבע באמצעות $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו- $\underline{w}$

את הווקטור $\vec{SC}$.

(2) נתון גם: $SC = SA$, $SD = SB$

, $|\underline{w}| = 2a$, $|\underline{u}| = a$

, $\angle ASB = \beta$, $\angle ASD = \alpha$, $\angle DSB = 90^\circ$

. הראה כי $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$

ב. z הוא מספר מרוכב.

(1) פתור את המשוואה $|z|i + 2z = \sqrt{3}$.

(2) הראה כי כאשר n הוא מספר טבעי, אז z^{6n} יכול לקבל רק שני ערכים.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{2 \ln x \cdot (2 - \ln x)}{x \cdot (1 - \ln x)^2}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.
 (2) אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של $f'(x)$ היא $x = 0$.
 מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.
 (3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (4) מצא את התחומים שבהם $f'(x)$ היא שלילית, ואת התחומים שבהם היא חיובית.
 ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש גם אסימפטוטה אופקית, $y = 0$.
 סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 ג. הישר $y = -4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x > e$.
 (1) מצא את השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.
 (2) הסבר מדוע $f(e^3) < -4$.
 (3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $e^2 \leq x \leq e^3$, שווה ל-0.5.
 מצא את הערך של $f(e^3)$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$, $0 < a < 1$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.
 ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ה. ידוע שפונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית.
 העבירו ישר ℓ המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$,
 והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחרת, T .
 שני המשיקים מקבילים זה לזה. (T היא הנקודה היחידה על גרף
 הפונקציה $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל- ℓ).
 הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה T .
 נמק.

תשובות למבחן בגרות מספר 13 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד א:

1. א. המקום הגיאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P נמצא

$$y = 1\frac{1}{2}x + 6 \text{ על הקו הישר}$$

ב. 8 יח"ר.

2. א. $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.7$ ב. $(x+6)^2 + (y+7)^2 = 200$ (1) (2) $(4;3)$ (3) $(4;-17)$.

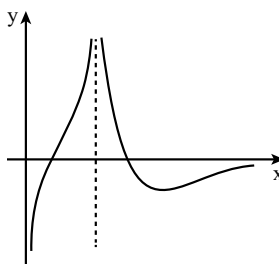
$$3. \text{ א. (1) } \vec{SC} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w} \text{ ב. (1) } z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

(2) הוכחה, שני הערכים האפשריים הם 1 ו-1.

4. א. (1) $x > 0$, $x \neq e$ (2) $x = e$ (3) $(1;0)$, $(e^2;0)$.

(4) חיובית: $e < x < e^2$ או $1 < x < e$; שלילית: $x > e^2$ או $0 < x < 1$.

ב.



ג. (1) $(e^2; -4)$ (3) -4.5.

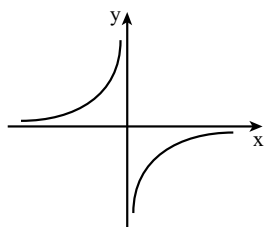
ד.

5. א. $x \neq 0$.

ג. עלייה: $x > 0$ או $x < 0$;

ירידה: אין.

$$ה. \left(-1; \frac{a^2}{1-a^2}\right)$$



הכי פשוט להיכנס ל-MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

נוצ'ים ג'וניור?



מבחן בגרות מספר 14

קיץ תשע"ג, 2013, מועד ב

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

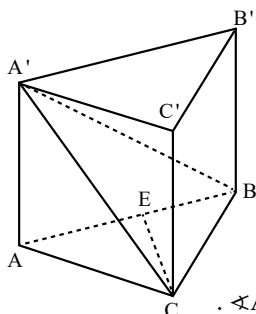
ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.

- נתונות הנקודות $A(-a;0)$ ו- $B(a;0)$, $a > 0$.
 המקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה A גדול פי 2 ממרחקן מהנקודה B זהה למקום הגיאומטרי של מספרים מרוכבים z המקיימים $|z+b|=4$. a ו- b הם פרמטרים ממשיים.
 א. מצא את הערך של a ואת הערך של b .
 ב. מלבן $TNEF$, שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במקום הגיאומטרי המתואר בפתיח. שיעורי ה- y של הקדקודים E ו- F קטנים מ- 0.
 המספר המרוכב $z=2+iy$ מייצג את הקדקוד T של המלבן.
 הנקודה C נמצאת על ציר ה- x כך ש- $\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{CF} = -16$.
 מצא את השיעורים של הנקודה C .

2.

- הישר ℓ עובר דרך הנקודות $A(0;0;1)$ ו- $B(1;1;0)$.
 הישר מאונך למישור π_1 , וחותך את המישור בנקודה D .
 המישור π_1 עובר דרך ראשית הצירים O .
 א. מצא את שטח המשולש OAD .
 ב. (1) המישור π_2 מכיל את ציר ה- x ומקביל לישר ℓ .
 מצא את הזווית בין הישר ℓ ובין ישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .
 (2) מצא את המרחק של הישר ℓ מישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .



3. ▶

נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה-צלעות. הנקודה E נמצאת על המקצוע AB כך ש- $AE = kAB$ ($0 < k < 1$).
א. נתון כי הזווית בין המישור $A'EC$ למישור ABC היא הזווית $A'EA$. מצא את הערך של k.

נתון: $\angle A'EA = 45^\circ$, $AC = 2$.
הזווית בין המישור $A'EC$ למישור ABC היא $\angle A'EA$.
ב. חשב את הזווית בין המישור ABC למישור $A'BC$.

נקודה F נמצאת על המישור $A'BC$ (לאו דווקא על BC) כך ש- $\vec{AF} = t\vec{A'C} + m\vec{A'B}$, ומתקיים:
ג. סמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{u}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, והוכח כי $t = m$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. ▶

- א. נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{-ax}$, $g(x) = e^{ax}$, $a > 0$.
(1) סמן במערכת צירים את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ והישר $x = \frac{1}{a}$ ואת השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ והישר $x = -\frac{1}{a}$.
(2) השטחים שסימנת בתת-סעיף א (1) מסתובבים סביב ציר ה- x . הבע כפונקציה של a את הנפח הכולל של גוף הסיבוב שנוצר, $V(a)$.
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $V(a)$.

- ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך הופקד גם בבנק ב' אותו סכום כסף.
בכל אחד מהבנקים סכום הכסף שהופקד גדל כל שנה באחוז קבוע.
כעבור 7 שנים היו בבנק א' 12,298 שקלים, ובבנק ב' היו 13,162 שקלים.
כעבור כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה בבנק ב' סכום כסף הגדול ב- 25% מסכום הכסף שיהיה בבנק א'?

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

5.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{kx}{\ln x}$, k הוא פרמטר שונה מ-0.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של k לפונקציה $f(x)$ יש מקסימום.

נתון כי בתחום $x > 1$ הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים $y \leq -2$ ורק אותם.

- (2) מצא את הערך של k .
 (3) נתון גם כי הישר $x = 1$ הוא האסימפטוטה היחידה של הפונקציה $f(x)$.
 סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בכל תחום הגדרתה.
 ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 1$, מצא את נקודת ההשקה של המשיק ששיפועו מינימלי.

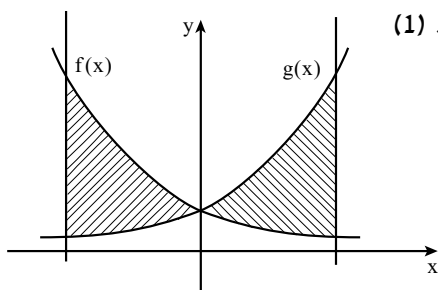
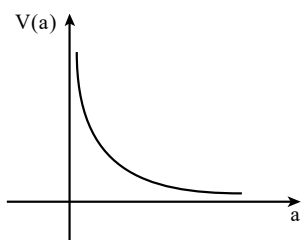
תשובות למבחן בגרות מספר 14 – קיץ תשע"ג, 2013, מועד ב:

1. א. $a = 3$, $b = -5$. ב. $C(5; 0)$.

2. א. $\frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{\sqrt{18}}$. ב. $(1) 90^\circ$. (2) $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

3. א. $k = \frac{1}{2}$. ב. 30° .

4. א. (1) (3)



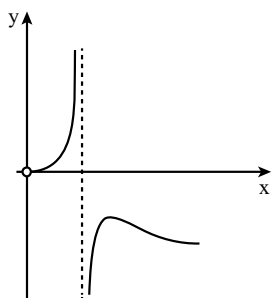
$$V(a) = \pi \cdot \frac{e^2 + e^{-2} - 2}{a} \quad (2)$$

ב. 23 שנים.

5. א. $x > 1$ או $0 < x < 1$.

ב. (1) $k < 0$. (2) $k = -\frac{2}{e}$. (3)

ג. $(e^2; -e)$.





מבחן בגרות מספר 15

חורף תשע"ד, 2014

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.

הנקודות $C(x_1; y_1)$ ו- $D(x_2; y_2)$ נמצאות ברביע הראשון על הפרבולה $y^2 = 4x$.

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר CD הוא $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$.

(2) הנקודה $(x; 3)$ היא אמצע המיתר CD . מצא את m .

ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר $x = a$ שווה למרחקה מהנקודה $(1; 0)$.

מרחק הנקודה C מהישר $x = 2a$ הוא 6. (1) מהו הערך של a ? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר CD .

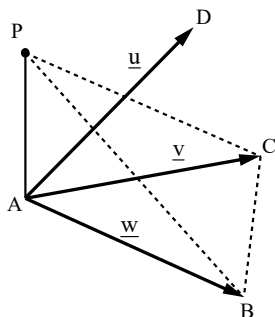
2.

נתונים הווקטורים: $\vec{AB} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{u}$ (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = \angle DAC = 60^\circ$, $\angle DAB = 90^\circ$.

$|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 2$.

א. האם ייתכן ששלושת הווקטורים $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ נמצאים במישור אחד? נמק.



נתון גם כי הווקטור $\vec{AP} = a\underline{u} + b\underline{v} + \underline{w}$ מאונך למישור ABC , a ו- b הם פרמטרים (ראה ציור).

ב. מצא את האורך של $\vec{AP}$ (ערך מספרי).

ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא

את הזווית בין המישור PCB ובין המישור ABC .

3. המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z מקיים: $|z - 12 - 5i| = 7$.
 המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים $w = x + iy$ מקיים: $\arg(w) = 45^\circ$.
 המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w חותך את המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z בנקודות B ו- C .
 א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצות של שני המקומות הגאומטריים.
 ב. הנקודות B ו- C מייצגות במישור גאוס את המספרים המרוכבים z_1 ו- z_2 בהתאמה.
 מצא את $\arg(z_2 \cdot z_1)$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2e^{\sqrt{x}}$.
 א. מצא:
 (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $y = 2 \cdot f'(x)$, והראה כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה $y = f(x^2)$, $x > 0$.
 ג. הפונקציות $y = 2 \cdot f'(x)$ ו- $y = f(x^2)$ נפגשות בנקודה אחת בלבד (הנקודה שמצאת בסעיף ב).
 השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי פונקציות אלה ועל ידי הישר $x = a$, $a > 1$, שווה ל- $8e - 2 \cdot f(a)$.
 מצא את הערך של a . תוכל להשאיר $\ln$ בתשובתך.
5. א. קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים.
 בתאריך 1.1.2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל, ובכל חודש התשלום גדל ב-0.2%.
 המשכורת החודשית של רן בתאריך 1.1.2012 הייתה 8000 שקל, ובכל חודש היא גדלה ב-1.2%.
 רן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית.
 כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1.1.2012 יוכל רן להתחיל לשלם עבור הדירה?

ב. נתונה הפונקציה $f(x) = x^n \cdot \ln(x^n)$. הפרמטר n הוא מספר טבעי וזוגי.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) קבע אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית. נמק.

(3) הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

ומקביל לציר ה- x , ומצא את משוואתו.

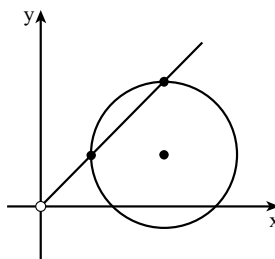
הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובות למבחן בגרות מספר 15 – חורף תשע"ד, 2014:

1. א. (2) $m = \frac{2}{3}$. ב. (1) $a = -1$. (2) $y = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{3}$.

2. א. לא ייתכן. ב. $2\sqrt{6}$. ג. 70.53° .

3. א.



ב. $\arg(z_2 \cdot z_1) = 90^\circ$.

4. א. (1) $x \geq 0$. (2) עלייה: $x > 1$; ירידה: $0 < x < 1$.

ב. $(1; 2e)$ מינימום.

ג. $a = 1 + \ln 3$.

5. א. 21 חודשים.

ב. (1) $x \neq 0$. (2) הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

(3) משוואת המשיק היא $y = -\frac{1}{e}$.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

נז'ים פתרון?



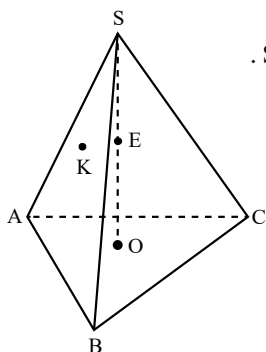
מבחן בגרות מספר 16

קיץ תשע"ד, 2014, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן מהישר $-5x + 12y + 13 = 0$, הוא 3.
 ב. מהי משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים בשתי נקודות למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א?
 ג. האם ציר ה- y יכול להשיק בנקודה $(0;0)$ לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.

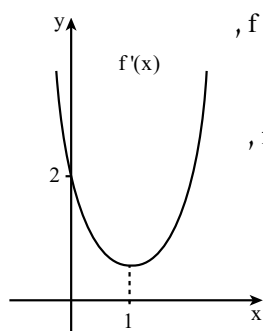


2. נתונה פירמידה ישרה $SABC$, שבסיסה ABC הוא משולש שווה-צלעות. גובה הפירמידה הוא SO . נקודה E היא אמצע SO (ראה ציור).
 נקודה F מקיימת $\vec{SF} = t\vec{SC}$.
 נסמן: $\vec{OS} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.
 נקודה K מקיימת: $\vec{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$.
 מצא את הערך של t , אם ידוע שהנקודות F, K, E נמצאות על ישר אחד.

3. א. סרטט במישור גאוס סקיצה של המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z המקיימים: $|z + 3 - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}$. נמק.
 ב. המקום הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה- x בנקודה z_1 . נתונה הנקודה $M(-3; \sqrt{3})$. נסמן ב- O את ראשית הצירים. המספר המרוכב z_2 נמצא על המקום הגאומטרי שבסעיף א כך שהמרובע $z_1 M z_2 O$ הוא דלתון. מצא את הזווית החדה של הדלתון.
 ג. (1) מצא את הארגומנט של z_2 .
 (2) מבין המספרים המרוכבים z שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר? מהו ארגומנט זה?

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.



4. ▶ בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת לכל x .

א. על פי הגרף של $f'(x)$ מצא תחומי קעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$, המוגדרת לכל x . נמק.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון גם: $f(x) = (x-a)e^{0.5x^2-x}$, a הוא פרמטר.

היעזר בנתונים בגרף של $f'(x)$,

וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

5. ▶ נתונה הפונקציה $f(x) = \log_4(x^2 + 4x + c)$, c הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה $x = -2$.

א. (1) מצא את ערך הפרמטר c .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. (1) נתונה הפונקציה $g(x) = -|f(x)|$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x) = k$

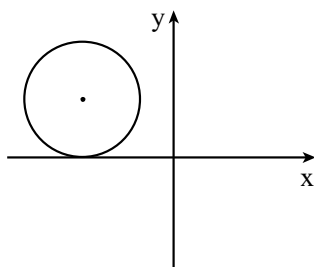
שני פתרונות בלבד?

תשובות למבחן בגרות מספר 16 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד א:

1. א. $-5x+12y-26=0$, $-5x+12y+52=0$. ב. $-5x+12y+13=0$. ג. לא.

2. $t = \frac{1}{3}$

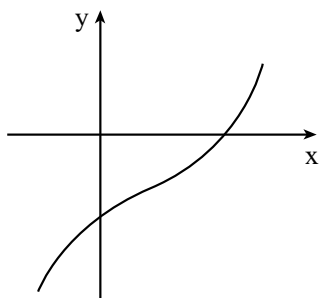
3. א.



ב. 60° . ג. 120° . (2) המספר המרוכב הוא $z = -3$ (הנקודה המתאימה

היא $(-3;0)$). הארגומנט הוא 180° .

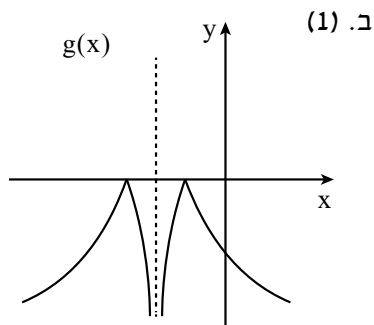
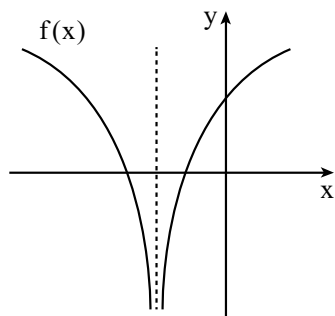
4. א. $x < 1 : \cap$; $x > 1 : \cup$. ב.



ג. $1 - e^{-0.5} = 1 - \frac{1}{\sqrt{e}} = 0.393$

5. א. (1) $c = 4$. (2) $x \neq -2$. (3) עלייה : $x > -2$; ירידה : $x < -2$.

(4) $(0;1)$, $(-1;0)$, $(-3;0)$. (5)



(2) $k = 0$

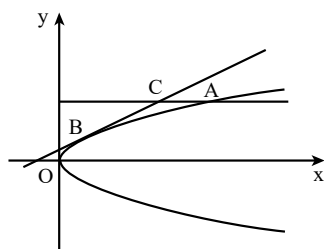


מבחן בגרות מספר 17

קיץ תשע"ד, 2014, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1. (▶)

נקודה A נמצאת ברביע הראשון

על הפרבולה שמשוואתה $y^2 = 3x$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה B

מקביל למיתר OA (O - ראשית הצירים).

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל

לציר ה-x. הישר חותך את המשיק

בנקודה C (ראה ציור).

נסמן: x_C - שיעור ה-x של הנקודה C.

x_A - שיעור ה-x של הנקודה A.

היעזר בעובדה שהנקודה C נמצאת על פרבולה שמשוואתה $y^2 = 4x$,

וענה על הסעיפים א, ב ו-ג.

א. הבע באמצעות x_C את x_A .

ב. הבע באמצעות x_C את השיפוע של הישר OA.

ג. נתון גם כי שטח המשולש BCA הוא 0.5625.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

2. (▶)

במשולש ABC, גובה המשולש לצלע AB הוא CD.

נסמן: $\vec{AD} = t\vec{AB}$, $\vec{CB} = \underline{v}$, $\vec{CA} = \underline{u}$.

נתון: $|\vec{CB}| = 2$, $|\vec{CA}| = 1$, $\cos \angle ACB = \frac{3}{4}$.

א. חשב את הערך של t בעזרת חשבון וקטורים.

ב. סרטט את המשולש ABC ואת הגובה CD כך שהסרטוט יתאים לערך

של t שחישבת בסעיף א'.

ג. נקודה E נמצאת על הצלע BC (בין B ל-C).

נתון גם: $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{5}$. נסמן: $\vec{CD} = \underline{h}$.

הבע את $\vec{AE}$ באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{h}$ בלבד.

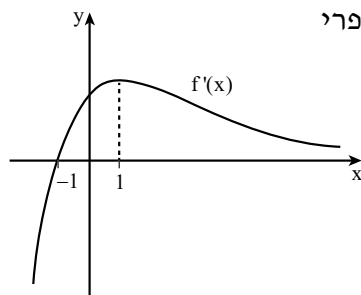
3. א. פתור את המשוואה $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1$, z הוא מספר מרוכב.
 ב. האם שלושה מן הפתרונות שמצאת בסעיף א' נמצאים על המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w השונים מ-0 ומקיימים: $107^\circ < \arg(w) < 253^\circ$? נמק.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-2(x+3)}{\sqrt{e^{ax}}}$, a הוא פרמטר.

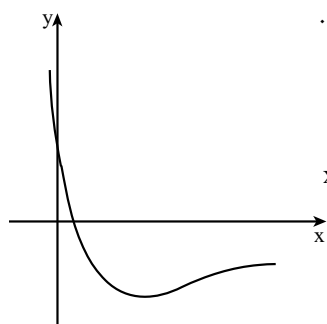
- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 ב. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- היעזר בנתונים הרשומים בגרף, ומצא:
 (1) ערך מספרי עבור שיעור ה- x וערך מספרי עבור שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 (2) ערך מספרי עבור שיעור ה- x וערך מספרי עבור שיעור ה- y של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.
 (3) את תחומי הקעירות כלפי מעלה וכלפי מטה של הפונקציה $f(x)$.
 ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

5.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3-9\ln(3x+1)}{3x+1}$ (ראה ציור).



א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את נקודת החיתוך של גרף

הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{e-1}{3}$

ו- $x = a$, הוא 3.5. נתון כי $a > \frac{e-1}{3}$.

היעזר בנגזרת של $y = \ln^2(3x+1)$,

ומצא את a .

ג. לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד בנקודה שבה $x = \frac{e^{\frac{4}{3}}-1}{3}$.

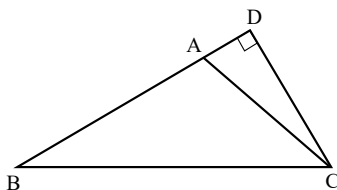
מצא עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ שלילית

וגם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ שלילית.

תשובות למבחן בגרות מספר 17 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ב:

1. א. $x_A = \frac{4}{3}x_C$. ב. $\frac{3\sqrt{x_C}}{2x_C} = \frac{1.5}{\sqrt{x_C}}$. ג. $C(2.25;3)$.

2. א. $t = -\frac{1}{4}$. ב. $\vec{AE} = \frac{7}{8}\vec{u} - \frac{3}{2}\vec{h}$. ג.



3. א. -2, -0.2-0.6i, 0, -0.2+0.6i. ב. כן.

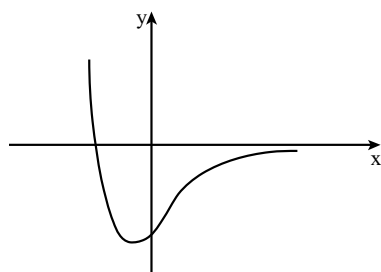
4. א. (1) כל x . ג.

(2) $(-3;0)$, $(0;-6)$.

ב. (1) $(-1;-4\sqrt{e})$ מינימום.

(2) $\left(1; \frac{-8}{\sqrt{e}}\right)$.

(3) $x > 1 : \cap$; $x < 1 : \cup$.



5. א. $x > -\frac{1}{3}$. ב. (1) $\left(\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{3}; 0\right)$. (2) $a = \frac{e^2-1}{3}$. ג. $\frac{e^{\frac{1}{3}}-1}{3} < x < \frac{e^{\frac{4}{3}}-1}{3}$.



מבחן בגרות מספר 18

קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1. נתונה המשוואה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$, a הוא פרמטר חיובי שונה מ-4.

א. מצא עבור אילו ערכים של a המשוואה מייצגת אליפסה.

אליפסה שמשוואתה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 16} = 1$ חותכת את הקרן השלילית

של ציר ה- y בנקודה A .

F_1 הוא המוקד הימני של האליפסה, ו- F_2 הוא המוקד השמאלי.

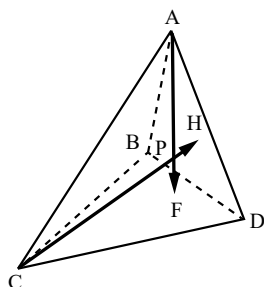
הישר AF_1 יוצר עם הקרן החיובית של ציר ה- x זווית של 26.566° .

ב. מצא את משוואת האליפסה.

ג. מצא את משוואת המקום הגאומטרי של נקודות הנמצאות במרחקים

שווים מהמוקד F_1 ומן הישר שעובר דרך המוקד F_2 ומקביל לציר ה- y .

נמק.



2. בפירמידה משולשת ABCD

AF הוא גובה הפירמידה לפאה BDC,

ו-CH הוא גובה הפירמידה לפאה ABD.

הישרים AF ו-CH נפגשים בנקודה P

(ראה ציור).

א. (1) הסבר מדוע $\vec{AP} \cdot \vec{BD} = 0$.

(2) הוכח כי $\vec{AC} \perp \vec{BD}$.

ב. הוכח כי $\vec{AH} \perp \vec{BD}$.

ג. סמן $\vec{BA} = \underline{w}$, $\vec{BC} = \underline{v}$, $\vec{BD} = \underline{u}$.

הוכח כי אם $AB = BC$, אז $\angle CBD = \angle ABD$.

3.

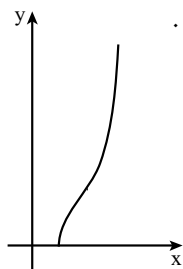
- נתון המספר המרוכב $z = \cos \alpha + i \sin \alpha$, ונתון מספר מרוכב w שהערך המוחלט שלו הוא r ($r > 0$).
 z ו- w נמצאים ברביע הראשון.
 המספר z מקיים $z = \frac{w}{\bar{w}}$.
 א. הבע באמצעות α ו- r את המספר w , את הצמוד שלו $\bar{w}$, ואת ההפכי שלו $\frac{1}{w}$.
 ב. סרטט במערכת צירים את מעגל היחידה, והוסף לסרטוט דוגמה של מספר w ושל ההפכי שלו $\frac{1}{w}$ עבור $r > 1$.
 ג. נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_1 = \frac{1}{w}$, $a_2 = z$. הבע באמצעות α ו- r את a_5 .

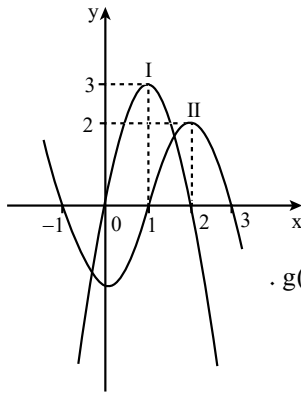
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.

- נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-1} \cdot e^{x^2-x}$ (ראה ציור).
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. הוכח כי הפונקציה עולה לכל x בתחום ההגדרה שלה.
 ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$. הישר נפגש עם גרף הפונקציה בשתי נקודות בלבד.
 (1) מצא את משוואת המשיק.
 (2) העתק למחברתך את גרף הפונקציה, והוסף לגרף סרטוט של המשיק.
 (3) השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי המשיק מסתובב סביב ציר ה- x . מצא את נפח גוף הסיבוב שנוצר.





בציור שלפניך מוצגים שני גרפים I ו-II, של פונקציות המוגדרות בתחום $-1.1 \leq x \leq 3.1$.

אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$

והאחר הוא של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבע איזה מבין הגרפים I ו-II

הוא של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \ln(f(x))$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מה הן האסימפטוטות של $g(x)$

המאונכות לציר ה- x ?

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון

הפנימיות של $g(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם נתון כי הישר $y=1$

חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות.

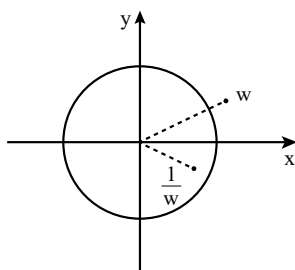
תשובות למבחן בגרות מספר 18 – קיץ תשע"ד, 2014, מועד ג:

1. א. $a > 4$. ב. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$. ג. $y^2 = 16x$.

2. א. (1) AF מאונך למישור הפאה BDC, לכן $\overrightarrow{AP}$ מאונך למישור BDC,

ומכאן ש- $\overrightarrow{AP}$ מאונך ל- $\overrightarrow{BD}$ הנמצא במישור הפאה BDC.

נקבל שמכפלתם הסקלרית שווה ל-0, כלומר $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.



3. א. $w = r \operatorname{cis} \frac{\alpha}{2}$, $\bar{w} = r \operatorname{cis} \left(-\frac{\alpha}{2}\right)$, $\frac{1}{w} = \frac{1}{r} \operatorname{cis} \left(-\frac{\alpha}{2}\right)$. ב.

ג. $a_5 = r^3 \operatorname{cis} \left(5\frac{1}{2}\alpha\right)$.

4. א. $x \geq \frac{1}{2}$.

ג. (1) $y = 2x - 1$.

(3) $\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2\sqrt{e}} \right) = 0.09446$.



5. א. גרף II הוא של $f(x)$.

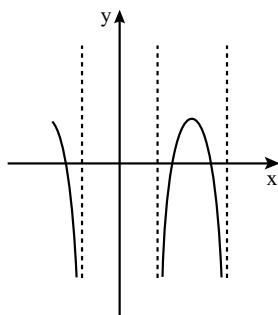
ב. (1) $1 < x < 3$ או $-1.1 \leq x < -1$.

(2) $x = -1$, $x = 1$, $x = 3$.

(3) $(2; \ln 2)$ מקסימום.

(4) עלייה: $1 < x < 2$;

ירידה: $2 < x < 3$ או $-1.1 < x < -1$.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

נוצ'ים ג'וניור?

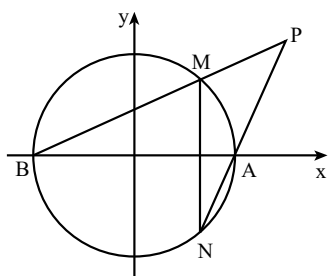


מבחן בגרות מספר 19

חורף תשע"ה, 2015

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1.

נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 25$.

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B.

MN הוא מיתר במעגל, המאונך לציר ה- x .

א. הישרים MB ו-NA נפגשים

בנקודה $P(x; y)$, כמתואר בציור

(MN אינו מונח על ציר ה- y).

(1) נסמן: $M(x_0; y_0)$.

הבע באמצעות x_0 ו- y_0 את משוואת הישר MB,

ואת משוואת הישר NA.

(2) הראה כי המקום הגאומטרי של הנקודות $P(x; y)$, הנוצרות באופן

שתואר, מקיים את המשוואה: $y^2 = x^2 - 25$.

ב. אם המיתר MN מונח על ציר ה- y , מצא את רדיוס המעגל החסום

במרובע MBNA.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

2.

נתון משולש שקדקודיו הם: $A(-10, 3, 11)$, $B(-2, -5, -5)$, $C(1, 1, 1)$.

גובה המשולש לצלע AB הוא CD.

א. מצא את השיעורים של הנקודה D.

ב. נתונה הנקודה $E(-1, 5, -2)$.

מהי הזווית בין הישר CE:

(1) לישר AB?

(2) לישר BC?

(3) למישור ABC?

ג. חשב את הזווית בין הישר ED לבין המישור ABC. נמק.

3. 

א. פתור את המשוואה: $|z|i + 2z = \sqrt{3}$.

z הוא מספר מרוכב.

ב. המספר המרוכב z_1 הוא הפתרון של המשוואה שבסעיף א.

z_1 הוא קדקוד הראש של משולש שווה-שוקיים, החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים.

z_2 ו- z_3 הם שני הקדקודים האחרים של המשולש.

נתון: $z_2 = 1$. המספר המרוכב w מקיים: $w = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$.

חשב את הסכום $w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{4n}$.

n הוא מספר טבעי.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. 

נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2^{x-m} + 2^{m-x}}$,

ונתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f'(x) \cdot f(x)$

$$g(2) = -\frac{3}{4} \ln 2$$

m הוא פרמטר.

ידוע כי הפונקציה $g(x)$ עולה לכל x .

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הצירים (מצא ערך מספרי).

5. 

נתונה פונקציית הנגזרת: $f'(x) = \frac{\ln(-x)+2}{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

לפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = -\frac{1}{f'(x)}$.

היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא:

(1) את תחום ההגדרה של $g(x)$.

(2) את השיעורים של נקודת הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגה.

תשובות למבחן בגרות מספר 19 – חורף תשע"ה, 2015:

1. א. (1) MB : $y = \frac{y_0}{x_0 + 5}x + \frac{5y_0}{x_0 + 5}$, NA : $y = \frac{y_0}{5 - x_0}x - \frac{5y_0}{5 - x_0}$.

ב. $2.5\sqrt{2} = \sqrt{12.5}$.

2. א. $D(-4.5; -2.5; 0)$. ב. (1) 90° . (2) 90° . (3) 90° . ג. 39.23° .

3. א. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$. ב. הסכום הוא אפס.

4. $3\frac{1}{16}$.

5. א. $x < 0$. ב. $\left(-\frac{1}{e}; -e\right)$ מינימום. ג. $x = -\frac{1}{e^2}$, מינימום.

ד. (1) $x < 0$, $x \neq -\frac{1}{e^2}$. (2) $\left(-\frac{1}{e}; \frac{1}{e}\right)$ מינימום.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

נזרים גמון?



מבחן בגרות מספר 20

קיץ תשע"ה, 2015, מועד א

**פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים**

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.

- נתונה פרבולה המקיימת: $y^2 = 2px$, $p > 0$.
נקודה D נמצאת על הפרבולה ברביע הראשון במרחק 8 מציר ה- x .
א. הבע באמצעות p את המרחק של הנקודה D מן המדריך של הפרבולה.
מעבירים שני מעגלים: מעגל ראשון שמרכזו בנקודה D ורדיוסו $p+4$,
מעגל שני שמרכזו במוקד F של הפרבולה.
המעגל השני משיק מבחוץ למעגל הראשון ומשיק גם לציר ה- y .
ב. היעזר בסעיף א, ומצא את משוואת הפרבולה.
ג. נקודה K נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת.
דרך הנקודה K העבירו משיק לפרבולה ואנך למשיק.
המשיק והאנך חותכים את ציר ה- x בנקודות T ו-S בהתאמה.
המרחק בין הנקודה T לנקודה S הוא 16.
מצא את השיעורים של הנקודה K. (מצא את שתי האפשרויות).
בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

2.

- נתון ישר ℓ שמשוואתו $\underline{x} = (1, 2, -4) + t(1, -2, 2)$.
מישור π מאונך לישר ℓ , וחותך את ציר ה- x בנקודה A.
נקודה A נמצאת על הקרן החיובית של ציר ה- x במרחק 8 מראשית
הצירים O. נקודות B ו-C הן נקודות החיתוך של המישור π
עם ציר ה- y ועם ציר ה- z בהתאמה.
א. (1) מצא את האורך של כל אחד מששת המקצועות
של הפירמידה OABC.
(2) האם הפירמידה OABC היא ישרה? נמק.
ב. נקודה D נמצאת על הקטע AC כך ש-OD חוצה-זווית AOC.
מהו המצב ההדדי בין הישר OD לישר BC? נמק.

3. 

נתונה המשוואה $z^n = 8$, z הוא מספר מרוכב, $n > 2$.
א. הוכח כי n הפתרונות של המשוואה הם קדקודים של מצולע משוכלל.

המספרים z_0, z_1, z_2, z_3 הם ארבעה קדקודים עוקבים מבין n הקדקודים של המצולע שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).

z_0 הוא מספר ממשי וחיובי.

z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון.

נתון: $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -\sqrt{8}i$.

ב. מצא את הערך של n .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. 

נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$ המוגדרת לכל x .

a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

ב. (1) הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

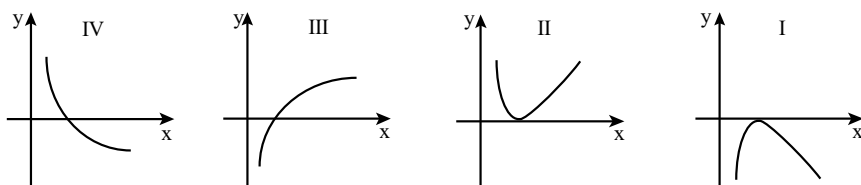
על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x=1$ ו- $x=-1$, אם נתון כי $a=2$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = [f(x)]^2$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot \ln x - x^2$, a הוא פרמטר גדול מ-0.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- הראה כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד, והבע את שיעור ה- x שלה באמצעות a .
- איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לגרף פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$? נמק.



- אם שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ שווה ל-0, מצא את הערך של a .
- סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור הערך של a שמצאת.
- האם עבור הערך של a שמצאת, יש לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון? נמק.
- מצא עבור אילו ערכים של a שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ גדול מ-0.

תשובות למבחן בגרות מספר 20 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד א:

1. א. $\frac{32}{p} + \frac{p}{2}$. ב. $y^2 = 8x$. ג. $(6; \sqrt{48})$, $(6; -\sqrt{48})$.

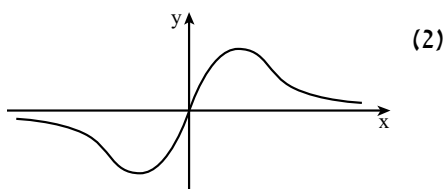
2. א. (1) $BC = \sqrt{32}$, $AB = \sqrt{80}$, $AC = \sqrt{80}$, $OC = 4$, $OB = 4$, $OA = 8$.
(2) הפירמידה אינה ישרה. בפירמידה ישרה המקצועות הצדדיים שווים

זה לזה. במקרה שלפנינו לא קיים קדקוד ממנו יוצאים שלושה מקצועות שווים.

ב. מצטלבים.

3. ב. $n = 8$.

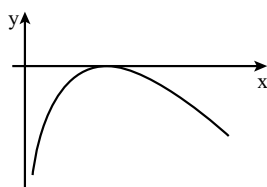
4. ב. (1) $\left(-2; -\frac{2a}{\sqrt{e}}\right)$ מינימום, $\left(2; \frac{2a}{\sqrt{e}}\right)$ מקסימום.



ג. $16 - \frac{16}{\sqrt[8]{e}} \approx 1.88$.

ד. $x = -2$ מקסימום, $x = 0$ מינימום, $x = 2$ מקסימום.

5. א. $x > 0$. ב. $x = \frac{a}{2}$. ג. גרף IV .



ד. (1) $a = 2$. (2)

(3) לא.

ה. $a > 2$.



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים פתרון?

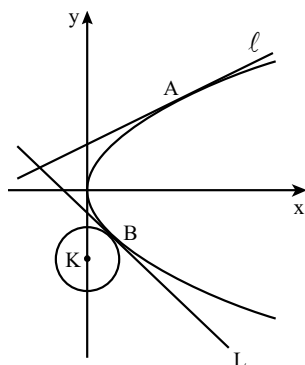


מבחן בגרות מספר 21

קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1.

נתונה הפרבולה: $y^2 = 4x$.

הישרים ℓ ו- L משיקים לפרבולה

בנקודות A ו-B בהתאמה.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון
והנקודה B נמצאת ברביע הרביעי,
כמתואר בציור.

המשיקים נפגשים בנקודה $(-2;1)$.

א. מצא את השיעורים של הנקודה A,

ואת השיעורים של הנקודה B.

ב. הפרבולה משיקה בנקודה B למעגל

שמרכזו K נמצא על ציר ה-y (ראה ציור).

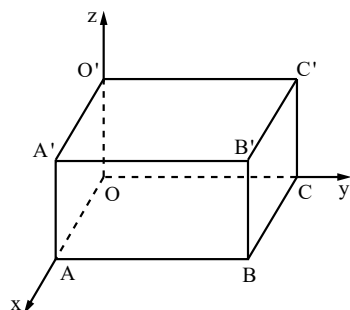
מעגל שמרכזו M משיק לציר ה-y בראשית הצירים ומשיק מבחוץ

למעגל שמרכזו K. המרכז M נמצא משמאל לציר ה-y.

(1) מצא את השיעורים של המרכז K.

(2) מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



2.

המקצועות OA, OC ו- OO'

של התיבה $OABCO'A'B'C'$

מונחים על הצירים, כמתואר בציור.

נתון כי המישור $2x + y + 2z - 2m = 0$

עובר דרך הקדקודים A, C ו- O' .

m הוא פרמטר גדול מ-0.

א. האם הישר BC' מקביל למישור

הנתון או חותך אותו? נמק.

ב. הישר $O'M$ נמצא במישור הנתון,

ואינו מתלכד עם הישר $O'A$.

(1) האם הישרים BC' ו- $O'M$ מקבילים? נמק.

(2) הבע באמצעות m את המרחק בין הישרים BC' ו- $O'M$.

ג. דרך הקדקודים C' ו- B העבירו אנכים למישור ACO' .

האנכים חותכים את המישור בנקודות E ו- F .

אורך הקטע EF הוא $2\sqrt{2}$. מצא את הערך של m .

3. 

א. סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי המקיים $|z^2 - 3i| = |z^2 - i|$.
 z הוא מספר מרוכב.

ב. שני מספרים מרוכבים שונים, z_1 ו- z_2 , נמצאים על המקום הגאומטרי שסרטטת.

המרחק של z_1 מראשית הצירים שווה למרחק של z_2 מהראשית.

נתון: $z_1 = 1 + iy_1$ (הוא מספר ממשי).

מצא את הארגומנט של z_2 .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. 

נתונה הפונקציה $f(x) = \ln \frac{a+x}{a-x}$. a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את שתי האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הישר $y = x$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה.

לפונקציה $f(x)$ ולפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ציין בגרף את הערכים המספריים של האסימפטוטות ושל נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה).

נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{4e^x}{e^x - 2} + e^x + 4$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (5) סרטט סקיצה של גרף פונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$,
 על ידי הישר $x = -1$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .
 ג. נתונה פונקציה המקיימת $F(x) = \int f(x) dx$ בתחום $x > \ln 2$.
 מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(x)$
 (אם יש כאלה). נמק.

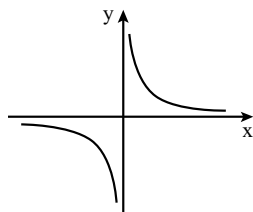
תשובות למבחן בגרות מספר 21 – קיץ תשע"ה, 2015, מועד ב:

1. א. $A(4;4)$, $B(1;-2)$. ב. $K(0;-3)$ (1) . $K(0;-3)$ (2) . $\left(x + \frac{7}{2\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = \frac{49}{8}$.

2. א. הישר BC' מקביל למישור הנתון.

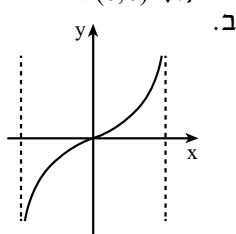
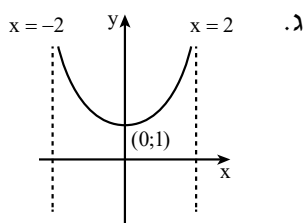
ב. (1) לא, הישרים BC' ו- $O'M$ מצטלבים. (2) $\frac{2}{3}m$. ג. $m=2$.

3. א. 225° . ב.



4. א. (1) $-a < x < a$. (2) $x = -a$, $x = a$. (3) עלייה: $-a < x < a$; ירידה: אין.

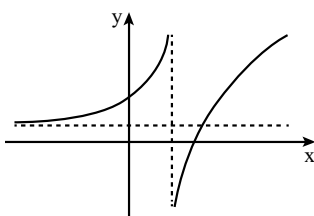
(4) $(0;0)$.



5. א. (1) $x \neq \ln 2$. (2) $x = \ln 2$, $y = 4$.

(3) עלייה: $x < \ln 2$ או $x > \ln 2$; ירידה: אין.

(4) $(0;9)$. (5) $(\ln 4;0)$.



ב. $4\ln\left(2 - \frac{1}{e}\right) + 5 - \frac{1}{e} = 6.592$. ג. $x = \ln 4$ (מינימום).



הכי פשוט להיכנס ל- MY.GEVA.CO.IL
ולצפות בפתרונות וידאו מלאים לכל השאלות!

רוצים פתרון?

מבחן בגרות מספר 22

חורף תשע"ו, 2016

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

.1

מעגל שמרכזו על ציר ה- x עובר

דרך הנקודות $(1;4)$ ו- $(-6;3)$

(שאינן קדקודי המלבן שבציור).

הצלע AB של המלבן ABCD מונחת

על ישר העובר דרך הנקודות האלה.

קדקודי המלבן ABCD נמצאים ברביע

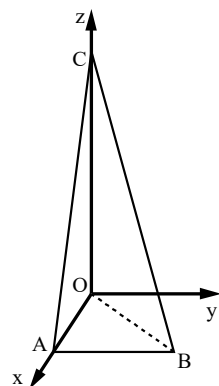
הראשון וברביע השני, כמתואר בציור.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

ב. המשכי הצלעות BC ו-AD עוברים דרך נקודות החיתוך של המעגל

עם ציר ה- x . נתון כי המרחק של הצלע DC מראשית הצירים הוא $\sqrt{2}$.

מצא את שטח המלבן ABCD.



.2 

נתונה פירמידה AOBC.

המקצוע AO מונח על החלק החיובי של ציר ה- x ,

המקצוע CO מונח על החלק החיובי של ציר ה- z ,

והמקצוע AB נמצא במישור $[xy]$, כך ששיעור ה- x

ושיעור ה- y של הקדקוד B חיוביים (ראה ציור).

נתון: $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$, $BO = 5$, $CO = 12$, $AO = 3$

א. מהו המצב ההדדי בין הישר AB

ובין ציר ה- y ? נמק.

ב. מצא את הזווית בין המישור CAB

ובין המישור $[zy]$.

ג. נקודה D נמצאת במישור CAB ובמישור [xy]

כך ש- $CB = CD$.

מצא את הזווית בין הישר CD למישור [zy].

3. 

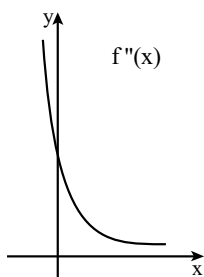
המספר המרוכב z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון על מעגל שרדיוסו 2 ומרכזו ראשית הצירים O .
 המספר המרוכב z_2 נמצא במישור גאוס ברביע השני על מעגל שרדיוסו 4 ומרכזו ראשית הצירים O .
 נתון כי הזווית בין הקטע Oz_2 ובין הקטע Oz_1 היא 60° .
 המספרים z_1 ו- z_2 הם האיבר הראשון והאיבר השני בסדרה הנדסית בהתאמה. z_4 הוא האיבר הרביעי בסדרה זו.
 א. הראה כי z_1 ו- z_4 נמצאים על קו ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.
 ב. נתון גם: $z_1 \cdot z_4 = -32i$.
 מצא את הארגומנט (הזווית) של z_4 .
 ג. מצא את שטח המשולש $z_1 z_2 z_4$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. 

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(ax-2)}{ax-2}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.
 ענה על הסעיפים א ו-ב עבור $a > 0$.
 א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):
 (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- x .
 (3) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 (4) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ענה על הסעיפים ג ו-ד עבור $a < 0$.
 ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. נתון כי האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים נפגשות בנקודה $(-2; 0)$.
 מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \frac{e+2}{a}$ (ערך מספרי).



נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$,

a הוא פרמטר גדול מ-4.

בציור שלפניך נתון הגרף של פונקציית

הנגזרת השנייה $f''(x)$.

הגרף של $f''(x)$ אינו חותך את ציר ה- x .

הפונקציה $f''(x)$ מוגדרת לכל x ,

ויורדת בכל תחום הגדרתה.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף

הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

הבע באמצעות a במידת הצורך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

(אם יש כאלה).

(3) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. האם לפונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$,

על ידי הצירים ועל ידי הישר $x=1$, שווה ל- $5 - \frac{8}{e}$.

מצא את הערך של a .

תשובות למבחן בגרות מספר 22 – חורף תשע"ו, 2016:

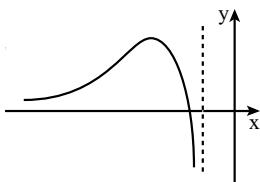
1. א. $(3;0)$, ב. $(-7;0)$. 23.8 .

2. א. הישר AB מקביל לציר ה- y . ב. 14.036° . ג. 13.342° .

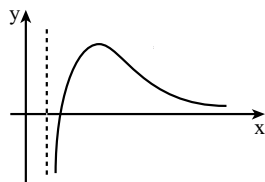
3. א. 225° . ג. $18\sqrt{3}$.

4. א. (1) $x > \frac{2}{a}$ (2) $x = \frac{2}{a}$ (3) $\left(\frac{3}{a}; 0\right)$ (4) $\left(\frac{e+2}{a}; \frac{1}{e}\right)$ מקסימום.

ג.



ב.



ד. $\frac{1}{2}$.

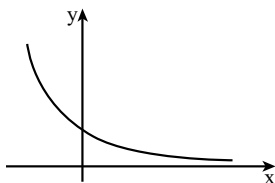
5. א. (1) $(0;a)$. (2) עלייה: אין; ירידה: כל x .

(4)

(3) לא.

ב. לא.

ג. $a = 5$.





מבחן בגרות מספר 23

קיץ תשע"ו, 2016

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.

נתון טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$).

המשכי השוקיים BC ו- AD נפגשים בראשית הצירים.

השוק BC מונחת על החלק החיובי של ציר ה- x .

הקדקודים A ו- D נמצאים ברביע השלישי.

הבסיס AB מונח על הישר $3x - 4y - 15 = 0$. גובה הטרפז הוא 6.

היעזר בסרטוט סקיצה של הטרפז במערכת צירים,

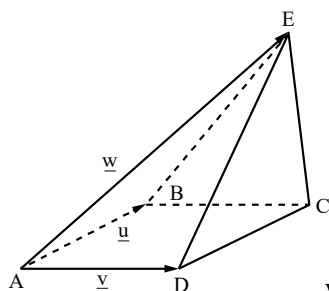
וענה על סעיפים א ו-ב'.

א. מצא את משוואת הבסיס DC .

נתון כי הקדקודים A ו- C נמצאים על מעגל שמרכזו בקדקוד B .

ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.

(2) מצא את השיעורים של הקדקוד D .



2.

בפירמידה $ABCDE$ שבסיסה ריבוע

נתון: $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{DE}$, הווקטור $\overrightarrow{AE}$ יוצר

זוויות שוות עם הווקטורים $\overrightarrow{AD}$ ו- $\overrightarrow{AB}$,

אורך צלע הבסיס הוא 5.

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AE} = \underline{w}$

(ראה ציור).

א. מצא את הערך של המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{v}$

ושל המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{u}$.

הנקודה H נמצאת על המקצוע EC כך ש- $\overrightarrow{EH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EC}$. נתון: $|\overrightarrow{AH}| = 2\sqrt{17}$.

ב. מצא את אורך המקצוע AE .

ג. (1) הראה כי המשולש EDC הוא ישר-זווית, ומצא את שטחו.

(2) מצא את נפח הפירמידה המשולשת $AEDC$.

3.

- נתון: $z^2 - 2R \operatorname{cis} \theta \cdot z - 3R^2 \operatorname{cis}(2\theta) = 0$, z הוא מספר מרוכב, $0 < \theta < 90^\circ$, R הוא מספר ממשי חיובי.
 פתרונות המשוואה הנתונה הם z_1 ו- z_2 .
 z_1 נמצא ברביע הראשון.
 א. הבע באמצעות θ ו- R את z_1 ואת z_2 .
 נתון כי משוואת הישר העובר דרך z_1 ו- z_2 היא $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.
 ב. מצא את θ .
 המספר המרוכב z_3 מקיים: $z_3 = \bar{z}_1$.
 ג. (1) סרטט במישור גאוס את המספרים z_1, z_2, z_3 .
 (2) נתון כי שטח המשולש $z_1 O z_3$ הוא $225\sqrt{3}$ (O – ראשית הצירים).
 מצא את הערך המוחלט של z_2 .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4.

- נתונה הפונקציה $f(x) = -3x^2 \cdot e^{x^3}$.
 א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 (4) נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = |f(x)|$.
 הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ לסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. חשב את השטח הסגור בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישר $x = -1$.
 ג. הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$ מקיימות:

$$a \geq -1, \quad h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx, \quad t(a) = \int_{-1}^a g(x) dx$$

- מצא את השיעורים של נקודת הפגישה בין הגרפים של הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{2} - \ln x \right)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(2) מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $f(x)$, וסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) ברביע הראשון הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ נפגשים

בנקודה אחת. באיזה תחום ערכים נמצא שיעור ה- x של נקודה זו?

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

נתון: $g(1) = a$, $g(\sqrt{e}) = b$, $g(e) = c$.

הבע באמצעות a , b ו- c את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e$.

תשובות למבחן בגרות מספר 23 – קיץ תשע"ו, 2016:

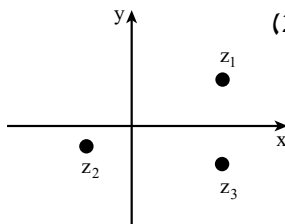
1. א. $-3x + 4y + 45 = 0$. ב. $R = 10$ (1) . (2) $D(-9; -18)$.

2. א. $\underline{w} \cdot \underline{v} = \underline{w} \cdot \underline{u} = 25$. ב. $AE = 10$.

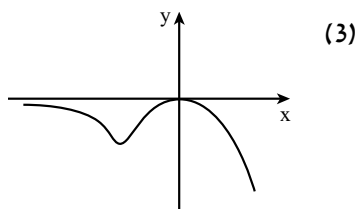
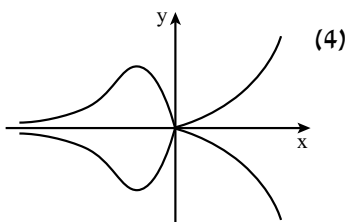
ג. (1) $S_{EDC} = \frac{5 \cdot \sqrt{50}}{2} = 17.68$. (2) $V_{AEDC} = \frac{25\sqrt{50}}{6} = 29.46$.

3. א. $z_2 = R \operatorname{cis}(180^\circ + \theta) = -R \operatorname{cis} \theta$, $z_1 = 3R \operatorname{cis} \theta$.

ב. $\theta = 30^\circ$. ג. (1) . (2) $|z_2| = R = 10$.

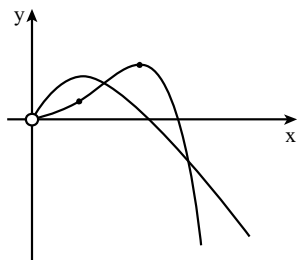


4. א. (1) $(0; 0)$ מקסימום, $(-0.873; -1.175)$ מינימום. (2) $(0; 0)$.



ב. $S = \frac{2e-2}{e} = 1.264$. ג. $(-1; 0)$.

5. א. (1) $x > 0$. (2) $(\sqrt{e}; 0)$. (3) $(1; \frac{1}{4})$ מקסימום.



ב. (1) $(\frac{1}{e}; \frac{1}{e})$ מקסימום. (2) $(\frac{1}{e}; \frac{3}{4e^2})$ פיתול. ג. (1) .

(2) $\frac{1}{e} < x < 1$.

ט. $S = 2b - a - c$.



מבחן בגרות מספר 24

קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.

נתונה פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$.
שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו-L נפגשים בנקודה A, שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה-x.
א. (1) הראה כי שיעור ה-x של K שווה לשיעור ה-x של L.
(2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה-x.
המשיקים לפרבולה הנתונה בנקודות K ו-L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה.
הצב $p = 2$, וענה על הסעיפים ב, ג.
ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.
ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע AKML.

2.

נתון מעגל הנמצא במישור π , ומרכזו בראשית הצירים $O(0;0;0)$.
הישר $\ell_1: \underline{x} = (2;2;0) + t(1;2;1)$ נמצא במישור π , ומשיק למעגל זה בנקודה B.
א. מצא את השיעורים של הנקודה B.
ב. הישר $\ell_2: \underline{x} = (0;1;1) + s(2;-1;1)$ חותך את המישור π בנקודה A.
(1) הראה כי הנקודה A נמצאת על המעגל הנתון.
(2) מצא את שטח המשולש AOB.

3. א. נתון המספר המרוכב $z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$.

- (1) מצא את $|z|$, ואת הארגומנט (הזווית) של z .
 (2) מצא את הערכים של z^n (n מספר טבעי) שעבורם z^n הוא מספר מדומה טהור.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

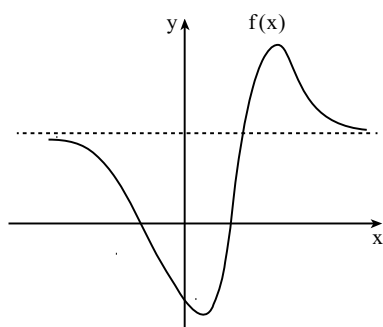
ב. נתון המקום הגאומטרי $|z + \bar{z} - m(z - \bar{z})| = 40$,
 m הוא מספר ממשי גדול מ-1.

- (1) זהה את המקום הגאומטרי. נמק.
 (2) הנקודה שמיוצגת על ידי המספר $12 + 8i$ נמצאת על המקום הגאומטרי.
 מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי עם הצירים.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות, פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x - 3$ המוגדרת לכל x .
 א. (1) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 (2) מצא את האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה.
 (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ב. מצא את השטח מימין לציר ה- y , המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- y ועל ידי האסימפטוטה האופקית.
 תוכל להשאיר $\ln$ בתשובתך.
 ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 4$.
 השטח שמצאת בסעיף ב שווה לשטח מימין לציר ה- y , המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $y = k$.
 מהו הערך של k ? נמק.



בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.
נתון כי הפונקציות $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$
מוגדרות לכל x .

לגרף הפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה
אופקית אחת שמשוואתה $y = 1.5e$.
כמתואר בציור.

נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$

הן: $B(1; -1.5e)$, $A(4; 3e)$.

הנקודות $E(5; 2e)$, $D(2; 0)$, $C(-2; 0)$

נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$ בתחום $x < -2$ ובתחום $2 < x < 5$,

וקעורה כלפי מעלה $\cup$ בתחום $x > 5$ ובתחום $-2 < x < 2$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
וקבע את סוגן. נמק.

ב. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = \ln[f(x)]$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לציר ה- x .

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$

(אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת

שמשוואתה $y = \ln(1.5e)$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תשובות למבחן בגרות מספר 24 – קיץ תשע"ו, 2016, מועד ב:

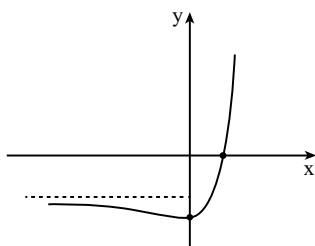
1. א. ב. $(x-3)^2 + y^2 = 8$. ג. $(x-1)^2 + y^2 = 2$.

2. א. $B(1;0;-1)$. ב. $S_{\Delta ABO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (2)

3. א. (1) $\arg z = \frac{\pi}{2}$, $|z|=1$ (arg $z = 90^\circ$) .

(2) n מספר טבעי אי זוגי: $n=1, 3, 5, \dots$.

ב. (1) $\frac{x^2}{400} + \frac{m^2 y^2}{400} = 1$, אליפסה קנונית. (2) $(20;0)$, $(-20;0)$, $(0;10)$, $(0;-10)$.



(4)

4. א. (1) $(1;0)$, $(0;-4)$.

(2) $y = -3$.

(3) $(0;-4)$ מינימום.

ב. $S = \frac{1}{2 \ln 3} = 0.455$.

ג. $k=1$.

5. א. $x = -2$ מינימום, $x = 2$ מקסימום, $x = 5$ מינימום.

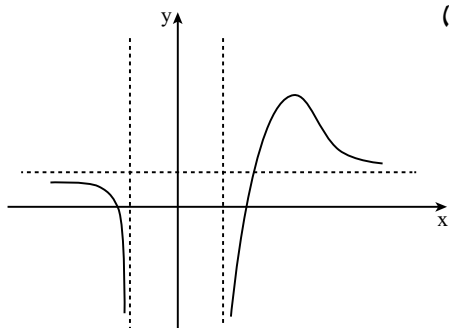
(4)

ב. (1) $x < -2$ או $x > 2$.

(2) $x = 2$, $x = -2$.

(3) $(4; \ln(3e))$ מקסימום.

(4)



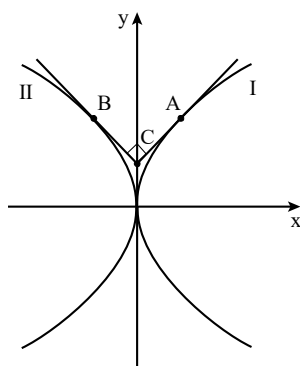


מבחן בגרות מספר 25

חורף תשע"ז, 2017

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1.

נתונות שתי פרבולות :

$$I. \quad y^2 = 4x$$

$$II. \quad y^2 = -4x$$

A היא נקודה על פרבולה I.

B היא נקודה על פרבולה II.

הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה-x.

העבירו לפרבולות I ו-II משיקים

דרך הנקודות A ו-B, בהתאמה,

כמתואר בציור.

נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה

ונחתכים בנקודה C, הנמצאות על ציר ה-y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

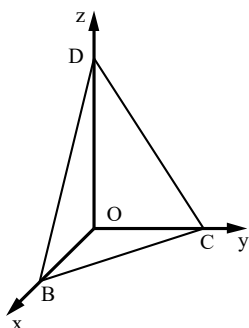
ב. נתון: A, B, C הם שלושה מקדקודיו של ריבוע ACBM.

(1) מצא את שיעורי הקדקוד M.

(2) נתון מעגל שמרכזו M.

המעגל משיק לישרים AC ו-BC.

מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.



2.

נתונה פירמידה משולשת OBCD, שבה $OD \perp OC$, $OC \perp OB$, $OB \perp OD$, כמתואר בציור.

נתון: $OD=6$, $OC=4$, $OB=3$.

הנקודות K ו-P נמצאות על

המקצועות OB ו-OD בהתאמה,

כך שמתקיים: $OP:PD=1:1$, $OK:KB=2:1$.

דרך הנקודות K ו-P עובר מישור המקביל

למקצוע CD וחותך את OC בנקודה Q.

א. מצא את היחס בין OQ ל-QC.

נמק את תשובתך.

ב. מצא את היחס בין נפח הפירמידה OKPQ לנפח הפירמידה OBCD.

ג. מצא את הזווית בין הישר CB למישור KPQ.

3.

z הוא מספר מרוכב. נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$I. \quad z\bar{z} + i(z - \bar{z}) + z + \bar{z} = 0$$

$$II. \quad |z|^2 + i(\bar{z} - z) = 0$$

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

המקומות הגאומטריים הנתונים נחתכים בשתי נקודות $A(x_1; y_1)$

ו- $B(x_2; y_2)$ ($x_1 > x_2$).

ב. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.

ג. נתונה הנקודה $P(x_0; y_0)$.

הנקודה P נמצאת במרחק שווה מכל הנקודות שעל המקום

הגאומטרי I. נתון: $z_0 = x_0 + y_0 \cdot i$.

הוכח שהמספר הצמוד ל- z_0 נמצא על המקום הגאומטרי II.

ד. נתון: $z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$ הם שיעורי הנקודה A שמצאת בסעיף ב).

נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא $5z_1$ וההפרש הוא z_0 .

מצא את כל ערכי n שעבורם S_n (סכום n האיברים הראשונים בסדרה)

הוא מספר ממשי (אם יש כאלה).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות,
פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{ax^2+bx+2}$ ו- a ו- b הם פרמטרים.

נתון כי הפונקציה זוגית.

א. מצא את b .

לפונקציה יש בדיוק שתי נקודות פיתול.

ב. הוכח: $a < 0$.

הפונקציה הנתונה קעורה כלפי מטה $\cap$ בתחום $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$
וקעורה כלפי מעלה $\cup$ בתחומים $x > \frac{1}{2}$ ו- $x < -\frac{1}{2}$.

ג. מצא את a .

ד. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים
(אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ו. נתונה הפונקציה $h(x) = f'(x) \cdot f''(x)$.

מהו התחום שבו הפונקציה $h(x)$ חיובית?

5. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \ln(ae^x - be^{2x})$, $g(x) = \ln(2 - e^x)$ ו- a ו- b הפרמטרים. נתון: $a > 0$, $b > 0$.

א. ידוע שלשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה.

הוכח: $a = 2b$.

ב. ידוע שלשתי הפונקציות יש נקודה משותפת אחת בלבד.

נקודה זו היא נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה $f(x)$.

חשב את a , את b ואת שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$:

ג. הוכח כי $g(x)$ יורדת וקעורה כלפי מטה $\cap$ בכל תחום הגדרתה.

ד. הוכח שההפרש בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הוא פונקציה קווית.

ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של שתי

הפונקציות. בסרטוט הדגש את גרף הפונקציה $f(x)$.

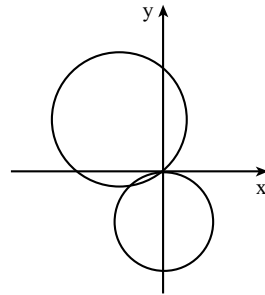
תשובות למבחן בגרות – חורף תשע"ז, 2017:

1. א. $x^2 + (y-3)^2 = 2$ (2) . B(-1;2) , A(1;2) . ב. $M(0;3)$ (1) . ג. $x^2 + (y-3)^2 = 2$.

2. א. $OQ:QC=1:1$. ב. $\frac{1}{6}$. ג. 7.35° .

I $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$

II $x^2 + (y+1)^2 = 1$

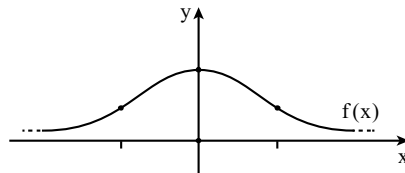


3. א.

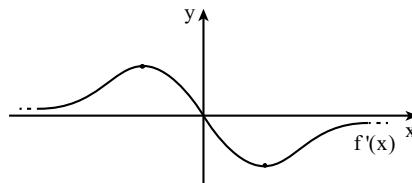
ב. $B(0;0)$, $A(-0.8;-0.4)$. ג. $n=5$. ד.

4. א. $b=0$. ג. $a=-2$.

ד. (1) $y=0$. (2)



ה.



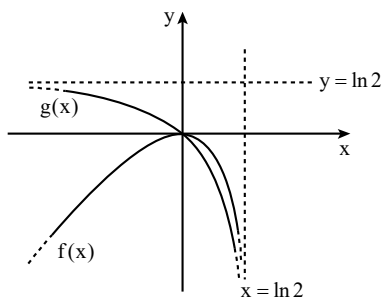
ו. $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x < -\frac{1}{2}$.

5. ב. $b=1$, $a=2$, $(0;0)$ מקסימום.

ד. הוכחה: $[f(x) - g(x) = x]$.

ה. (1) $f(x)$: $x = \ln 2$. (2)

ג. $y = \ln 2$, $x = \ln 2$: $g(x)$.



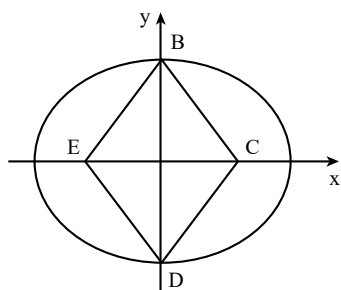


מבחן בגרות מספר 26

קיץ תשע"ז, 2017, מועד א

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.



1.

נתון מעוין BCDE.

הקדקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-y,

והקדקודים C ו-E נמצאים על ציר ה-x.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5,

אורך גובהו הוא 4.8,

ואורך האלכסון BD

גדול מאורך האלכסון CE.

דרך הקדקודים B ו-D עוברת אליפסה

קנונית (ראה ציור), שמוקדיה הם הנקודות C ו-E.

א. (1) מצא את השיעורים של קדקודי המעוין.

(2) מצא את משוואת האליפסה.

פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$ חותכת את האליפסה ברביע הראשון

בנקודה M. נתון: שיעור ה-y של M הוא $\sqrt{15}$.

ב. הוכח שמוקד הפרבולה נמצא בנקודה C.

ג. דרך הנקודה E מעבירים ישר המקביל לציר ה-y.

P היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר הזה הוא k.

מצא את היחס $\frac{PC}{k}$. הסבר.

2. 

נתונה פירמידה $SABCD$, שבסיסה, $ABCD$, הוא ריבוע.

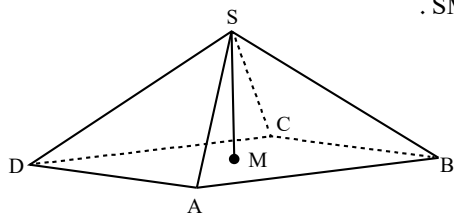
M היא נקודה כך ש- $\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC}$.

א. (1) הוכח: $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.

(2) הוכח: ש- $\vec{SM}$ מאונך ל- $\vec{AC}$.

(3) נמק מדוע SM

הוא גובה הפירמידה.



נתון: $A(\sqrt{3};1;0)$, $C(-\sqrt{3};-1;0)$,

הנקודות B ו- D נמצאות במישור $z=0$

ונפח הפירמידה $SABCD$ הוא 16.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה M .

(2) מצא את שיעורי הקדקוד S (מצא את שני האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת-סעיף ב(2) ב- S_1 ו- S_2 .

ג. (1) מצא את משוואת המישור AS_1S_2 .

(2) האם נקודה C נמצאת על המישור AS_1S_2 ? נמק.

3. 

א. מצא את המספרים המרוכבים z המקיימים $z^3 = -1$.

נסמן את פתרונות המשוואה מסעיף א ב- z_1 , z_2 ו- z_3 .

נתון כי z_2 הוא ממשי.

ב. (1) הראה ש- z_1 , z_2 ו- z_3 הם שלושה איברים עוקבים בסדרה

הנדסית.

(2) z_1 , z_2 ו- z_3 הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה

ההנדסית z_n . מצא את z_5 , האיבר החמישי בסדרה.

ג. (1) z_{13} , z_{14} ו- z_{15} (האיברים ה-13, ה-14 וה-15 בסדרה z_n

שמצאת בסעיף ב) מיוצגים על ידי הנקודות A , B ו- C

במישור גאוס, בהתאמה. חשב את שטח המשולש ABC .

(2) L , K ו- M הן שלוש נקודות במישור גאוס המייצגות שלושה

איברים עוקבים בסדרה z_n .

הסבר מדוע המשולש KLM חופף למשולש שאת שטחו מצאת

בתת סעיף ג(1).

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות,
פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים
 (אם יש כאלה).
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

- היעזר בתשובותיך על סעיף א וענה על סעיף ב.
 ב. (1) הסבר מדוע הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x .
 (2) מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומה סוגן?
 נמק את תשובתך.
 (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
 (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים
 (אם יש כאלה). נמק את תשובתך.
 (5) הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$
 סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

5. 

נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{x+3}{x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של $h(x)$.

ב. מצא את תחום שבו $h(x) > 0$.

בתחום שבו $h(x) > 0$ נתונה הפונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$.

נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(3; \ln 2)$,

וידוע שלפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת.

ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות למבחן בגרות – קיץ תשע"ז, 2017, מועד א:

1. א. (1) $B(0;4)$, $D(0;4)$, $C(3;0)$, $E(-3;0)$. (2) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

ב. מוקד הפרבולה $C(3;0)$. ג. $\frac{PC}{k} = 1$.

2. א. (3) כשמחברים את הקדקוד הפירמידה הישרה עם מרכז המעגל

החוסם את הבסיס מקבלים גובה הפירמידה.

ב. (1) $M(0,0,0)$. (2) $S(0;0;6)$ או $S(0;0;-6)$.

ג. (1) $x - \sqrt{3}y = 0$. (2) C נמצאת על המישור.

3. א. $z_3 = \text{cis}300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_2 = \text{cis}180^\circ = -1$, $z_1 = \text{cis}60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

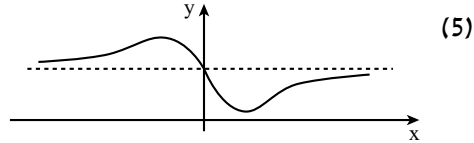
ב. (2) $z_5 = \text{cis}180^\circ = -1$. ג. (1) $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

4. א. (1) לכל x .

(2) מינימום, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0.142\right)$, מקסימום, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 1.858\right)$.

(3) עלייה: $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$; ירידה: $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) $y = 1$.

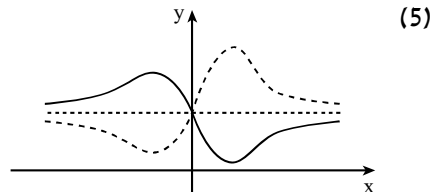


ב. (1) $f(x)$ שונה לכל x , $\frac{1}{f(x)}$ שונה לכל x .

(2) מקסימום, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 7.031\right)$, מינימום, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0.538\right)$.

(3) עלייה: $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$; ירידה: $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) $y = 1$.



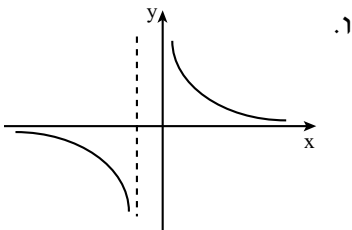
5. א. $x \neq 0$.

ב. $x < -3$, $x > 0$.

ג. $f(x) = \ln\left(\frac{x+3}{x}\right)$.

ד. $y = 0$, $x = -3$, $x = 0$.

ה. ירידה: $x < -3$, $x > 0$; עלייה: x .





מבחן בגרות מספר 27

קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב

פרק ראשון – גיאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

ענה על שתיים מהשאלות 1-3.

1.

נתונה הנקודה $A(20;0)$.

B היא נקודה שנמצאת על ציר ה- y ואינה ראשית הצירים.

דרך הנקודה B מעבירים ישר, ℓ_1 , המקביל לציר ה- x .

דרך ראשית הצירים, O , מעבירים ישר, ℓ_2 , שמאונך לישר AB .

הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 נחתכים בנקודה C .

א. הוכח שהמקום הגאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא

על הפרבולה, ומצא את משוואתה.

ב. D היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת

בסעיף א. הנקודה F היא מוקד הפרבולה.

נתון הישר $x=k$. $k < 0$ הוא פרמטר.

דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את הישר $x=k$

בנקודה N . קיים ערך של k שעבורו כל משולש NDF שנבנה כמתואר

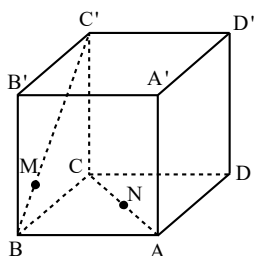
הוא שווה שוקיים.

(1) מצא את הערך של k . נמק.

(2) נתון: הנקודה D נמצאת ברביע הראשון.

מצא את שיעורי הנקודה D שעבורה המשולש NDF

הוא שווה צלעות.



2.

נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$.
 נסמן: $\overrightarrow{CC'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{CD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{CB} = \underline{u}$.
 נתון: $\overrightarrow{BM} = t\overrightarrow{BC'}$, $\overrightarrow{AN} = s\overrightarrow{AC}$.

א. מצא את היחס $\frac{s}{t}$ שעבורו MN מקביל למישור $AA'B'B$ ($t \neq 0$).

נתון: $t = \frac{1}{4}$, $s = \frac{1}{2}$.

ב. חשב את הזווית שבין MN ובין המישור $ABCD$.
 ג. מהו המצב ההדדי של הישרים AB ו- MN ? נמק.

3.

במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום במשולש ABC שווה צלעות.

הקדקוד A מתאים למספר המרוכב $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$ ($a > 0$ הוא פרמטר ממשי).

נתון: הקדקוד B נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות a את המספרים המרוכבים z_2 ו- z_3 המתאימים לקדקודים B ו- C בהתאמה.

נתון: $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$.

ב. מצא את a .

ג. המספר z_1^{6n+5} מתאים לנקודה P במישור גאוס.

n הוא מספר שלם. הנקודה O היא ראשית הצירים.

הראה שהנקודה B נמצאת על הקרן OP .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות,
פונקציות חזקה עם מעריך רציונלי, פונקציות עם שורשים**

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

4. 

- נתונה הפונקציה $g(x) = 2x^2 + c$. c הוא פרמטר.
 הפונקציה $f(x)$ מוגדרת כך: $f(x) = e^{g(x)}$.
 הגרפים של פונקציות הנגזרת, $f'(x)$ ו- $g'(x)$, נחתכים בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 2.
 א. מצא את c .
 ב. (1) הוכח ש- $f'(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
 (2) מצא את שיעורי כל הנקודות שבהן הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ חותכים זה את זה.
 (3) עבור אילו ערכי x $f'(x) > g'(x)$?
 (4) סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ באותה מערכת צירים.
 ג. נתון: $M(2;8)$, $N(-2;-8)$.
 MN הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילים לצירים.
 הראה שגרף הפונקציה $f'(x)$ מחלק את המלבן לשני חלקים שווים בשטחם.

5. 

- נתונה הפונקציה $f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$. m הוא פרמטר.
 א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.
 ב. (1) מצא את תחום הערכים של m .
 (2) הבע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ באמצעות m , וקבע את סוגה.
 ג. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ושיעוריה אינם תלויים ב- m .
 (1) מצא את שיעורי הנקודה P .
 (2) מצא את הערך של m שעבורו הנקודה P היא נקודת מינימום של הפונקציה $f(x)$.
 הצב את m שמצאת בתת-סעיף ג(2) וענה על הסעיפים ד-ה.
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ה. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$. חשב את $\int_1^e g(x) dx$.

תשובות למבחן בגרות – קיץ תשע"ז, 2017, מועד ב:

1. א. $y^2 = 20x$. ב. (1) $k = -5$. (2) $D(15; \sqrt{300}) = D(15; 10\sqrt{3})$.

2. א. $\frac{S}{t} = 1$. ב. 24.09° . ג. מצטלבים.

3. א. $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot ai = 2a \operatorname{cis} 300^\circ$.

$z_2 = a + \sqrt{3} \cdot ai = 2a \operatorname{cis} 60^\circ$

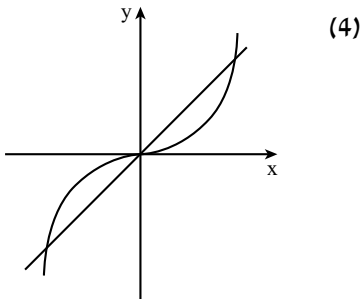
$z_3 = -2a = 2a \operatorname{cis} 180^\circ$

ב. $a = 1$.

4. א. $c = -8$.

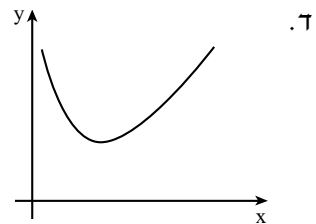
ב. (2) $(-2; -8)$, $(2; 8)$, $(0; 0)$.

(3) $x > 2$ או $-2 < x < 0$.



5. א. $x > 0$. ב. (1) $m > 0$. (2) $(m; m(1 - \ln m))$ מינימום.

ג. (1) $P(1; 1)$. (2) $m = 1$.



ה. $-\frac{1}{2}$.

נוסחאון מתמטיקה

5 יחידות לימוד

אלגברה

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{השורשים:} \quad (a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{משוואה ריבועית:}$$

סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S = \frac{a_1}{1-q}$ סכום אינ-סופי:	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:

גדילה ודעיכה: כעבור זמן t : $M_t = M_0 \cdot q^t$, q – שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן

לוגריתמים:

$$(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1) \quad \log_a(a^b) = b, \quad a^{\log_a b} = b, \quad \log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c, \quad \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c, \quad \log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$$

הסתברות

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad p: \text{ההסתברות להצלחה}$$

$$P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)} \quad \text{נוסחת בייס:} \quad P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{הסתברות מותנית:}$$

טריגונומטריה וגאומטריה

זהויות:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

משפט הסינוסים: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$ (R – רדיוס המעגל החוסם)

משפט הקוסינוסים: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$ (γ היא הזווית הכלואה בין a ל- b)

אורך קשת של α רדיאנים: $\ell = \alpha R$ שטח גזרה של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$

שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

גופים במרחב

פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת: $M = \pi R \ell$ (R – רדיוס העיגול, ℓ – הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(x^t)' = t x^{t-1} \quad (t \text{ ממשי})$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

נגזרת של מכפלת פונקציות:

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

נגזרת של מנה פונקציות:

$$[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$$

נגזרת של פונקציה מורכבת:

$$u'(x) \text{ היא נגזרת של } u \text{ לפי } x \text{ (נגזרת פנימית)}$$

$$f'(u) \text{ היא נגזרת של } f \text{ לפי } u \text{ (נגזרת חיצונית)}$$

אינטגרלים:

$$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1, \text{ ממשי, } t)$$

$$\int f(mx+b) dx = \frac{1}{m} F(mx+b) + C \quad \text{אם } F(x) \text{ היא פונקציה קדומה של הפונקציה } f(x):$$

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + C$$

מספרים מרוכבים

$$[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi) \quad \text{משפט דה-מובר:$$

$$z_k = \sqrt[n]{R} \left[\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n} \right) \right] : z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi) \quad \text{פתרונות המשוואה}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

וקטורים

$$|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \quad \text{אורך של וקטור:}$$

$$\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a}) \quad \text{מישור דרך קצות הווקטורים } \underline{a}, \underline{b}, \underline{c} :$$

$$\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha \quad \text{מכפלה סקלרית:}$$

$$\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{v}|} \quad \text{מרחק בין נקודה } p \text{ למישור } \underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\sin \beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|} \quad \text{מציאת זווית בין הישר } \underline{a} + t\underline{b} \text{ למישור } \underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0 :$$

$$\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|} \quad \text{מציאת זווית בין המישורים } \underline{v}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0, \underline{v}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0 :$$

גאומטריה אנליטית

קו ישר:

שיפוע, m , של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר $y = mx + b$ עם שיפוע m , העובר בנקודה (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי הנקודה C המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע AB ביחס $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$: $\left(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k + \ell}, \frac{\ell y_1 + ky_2}{k + \ell} \right)$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1, m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה (x_0, y_0) מהישר $Ax + By + C = 0$: $d = \left| \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$

מעגל:

משוואת המשיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ בנקודה (x_0, y_0) על המעגל:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

פרבולה:

משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה (x_0, y_0) על הפרבולה: $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$

מדריך של פרבולה: $x = -\frac{p}{2}$

מוקד של פרבולה: $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

אליפסה:

משוואת אליפסה: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

מרחק המוקד מהראשית: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

סכום מרחקי נקודה על האליפסה מהמוקדים: $r_1 + r_2 = 2a$



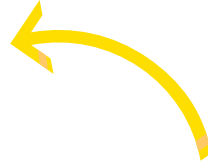
כל שאלוני הבגרות מכל השנים



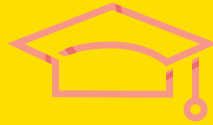
כל הפתרונות וההסברים



יצאת מבחינת בגרות?
קבל התראה מיד כשעולה פתרון הבגרות שלך



חדש! אפליקציית "יואל גבע בגריות"



מכוון לעתודה?

אל תבחר קורס פסיכומטרי לפני
שביררת על הקורס של יואל גבע.

GEVA.CO.IL | 1-800-20-40-60



0 7280000053 5
דאנקוד 728-53