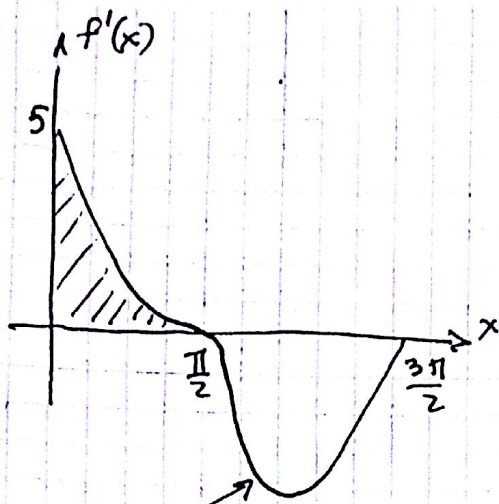


הפונקציה



$$f'(x) = a \cos x - b \sin 2x$$

0 < x <= 3pi/2

f'(x)	0	+	0	-	0
f(x)	min		max		min

$$0 < x < \frac{\pi}{2} : \text{ג'}$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} : \text{ד'}$$

(0, 5) הנקודה הזו

היא נקודה של f'(x) שבה

$$5 = a \cos 0 - b \sin(2 \cdot 0)$$

$$5 = a \cdot 1 - 0$$

$$\boxed{a = 5}$$

$$S = 3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [5 \cos x - b \sin(2x)] dx = \left[5 \sin x + \frac{1}{2} \cdot b \cos(2x) \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left(5 \sin \frac{\pi}{2} + \frac{b}{2} \cos(2 \cdot \frac{\pi}{2}) \right) - \left(5 \sin 0 + \frac{b}{2} \cos(2 \cdot 0) \right) =$$

$$= \left(5 - \frac{b}{2} \right) - \left(0 + \frac{b}{2} \right) = 5 - b$$

$$3 = 5 - b$$

$$\boxed{b = 2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}, 1\right) \text{ (c)}$$

$$f(x) = \int (5 \cos x - 2 \sin(2x)) dx =$$

$$= 5 \sin x + \frac{1}{2} \cdot 2 \cos(2x) + C = 5 \sin x + \cos 2x + C$$

$$\left(\frac{\pi}{2}, 1\right) \text{ נקודה}$$

$$1 = 5 \sin \frac{\pi}{2} + \cos(2 \cdot \frac{\pi}{2}) + C$$

$$1 = 5 - 1 + C \quad | -4$$

$$-3 = C$$

$$\boxed{f(x) = 5 \sin x + \cos 2x - 3}$$

$$0 = 5 \sin x + \cos 2x - 3$$

$$0 = 5 \sin x + 1 - 2 \sin^2 x - 3$$

$$0 = -2 \sin^2 x + 5 \sin x - 2$$

$$\sin x = t$$

$$0 = -2t^2 + 5t - 2$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2 \cdot 2}}{-4}$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{-4} \rightarrow \frac{1}{2} \text{ and } 2$$

sin x = 1/2

sin x = 2 (no solution)

X = pi/6 + 2pi k

X = 5pi/6 + 2pi k

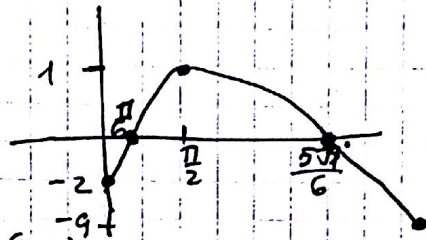
k	0	1	2
X = pi/6 + 2pi k	pi/6	5pi/6	3pi/2
X = 5pi/6 + 2pi k	5pi/6	3pi/2	pi/6

(pi/6, 0) (5pi/6, 0)

המשק הסגור 1

(ciii) דפ' הסדרה של $f(x)$:

$$\begin{aligned} \min x &= 0 \\ \max x &= \frac{\pi}{2} \\ \min x &= \frac{3\pi}{2} \end{aligned}$$



(civ)

$$f(0) = 5 \sin 0 + \cos(2 \cdot 0) - 3 = 0 + 1 - 3 = -2$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5 \sin \frac{\pi}{2} + \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) - 3 = 5 - 1 - 3 = 1$$

$$f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 5 \sin \frac{3\pi}{2} + \cos\left(2 \cdot \frac{3\pi}{2}\right) - 3 = -5 - 1 - 3 = -9$$

$$0 < q < \frac{1}{3}$$

↓

$$0 < 9q^2 < 1$$

↓

הסדרה יורדת

(2) סדרה מקוּוּלָּה: $a_1, 9q^2 a_1, 81q^4 a_1, \dots$

סדרה חזרה:

$$a, x, 9q^2 a, \dots$$

$$\frac{x}{a_1} = \frac{9q^2 a_1}{x} \quad \text{נניח שהסדרה חוזרת}$$

$$x^2 = 9q^2 a_1^2 \quad / \sqrt{}$$

$$x = \pm 3qa_1$$

$x = -3qa_1$ כפי שכתבתי, כי נניח שכל האיברים חלופיים

הסדרה החזרה היא: $a, 3qa, 9q^2 a, \dots$

↓
נניח שהסדרה:

$$3q < q < \frac{1}{3}$$

↓

$$0 < 3q < 1$$

↓

הסדרה חוזרת היא יורדת

$$S_{\text{מקוּוּלָּה}} = \frac{a_1}{1-9q^2}$$

$$S_{\text{חזרה}} = \frac{a_1}{1-3q}$$

$$\frac{a_1}{1-3q} = \frac{40q^2 \cdot \frac{a_1}{1-9q^2}}{1-3q}$$

$$\frac{1+3q}{1-3q} \cdot \frac{a_1}{1-3q} = \frac{40q^2 a_1}{(1-3q)(1+3q)} \quad / \cdot (1-3q) \cdot (1+3q)$$

2. n. f. k. e. n. p. e. n. d.

$$(1+3q)a_1 = 40q^2 a_1 \quad /: a_1, \quad (a_1 \neq 0)$$

$$1+3q = 40q^2$$

$$0 = 40q^2 - 3q - 1$$

$$q_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 40 \cdot 1}}{80} = \frac{3 \pm 13}{80} \rightarrow \frac{1}{5} \quad \rightarrow \quad \sqrt{0.09} \rightarrow 0 < q < \frac{1}{5}$$

$$\boxed{q = \frac{1}{5}}$$

$$a_1, 3qa_1, 9q^2 a_1$$

$$\frac{a_1}{1-3q} = \frac{\frac{a_1}{3q}}{\frac{1-3q}{3q}} = \frac{a_1(1-3q)}{3q(1-3q)} =$$

$$= \frac{1-3q}{3q} = \frac{1-\frac{3}{5}}{3 \cdot \frac{1}{5}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{2}{3} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

$$\ln(e^3 x) = (\ln(e x))^2$$

(3)

$$\ln e^3 + \ln x = (\ln e + \ln x)^2$$

$$3 \ln e + \ln x = (1 + \ln x)^2$$

$$\ln x = t. \quad / \cdot 0$$

$$3 + t = (1 + t)^2$$

$$3 + t = 1 + 2t + t^2$$

$$0 = t^2 + t - 2$$

$$0 = (t+2)(t-1)$$

$$t = -2 \quad t = 1$$

$$\ln x = -2 \quad \ln x = 1$$

$$e^{-2} = x \quad e^1 = x$$

$$\frac{1}{e^2} = x$$

$$x = \frac{1}{e^2}$$

$$x = e$$

$$\ln(e^3 \cdot \frac{1}{e^2}) = (\ln e)^2$$

$$\ln(e^4) = (\ln e^2)^2$$

$$\ln e = (\ln e)^2$$

$$4 \ln e = (2 \ln e)^2$$

$$1 = (-1)^2$$

$$4 = 4$$

$$\boxed{x = e}$$

$$\log_x \sqrt{10x} \cdot \log_{100} X = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\log_{100} \sqrt{10x}}{\log_{100} X} \cdot \log_{100} X = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\log_{100} (10x)^{\frac{1}{2}}}{\log_{100} X} \cdot \frac{\log_{100} X}{1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \log_{100} (10x) = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{1}{2}$$

$$\log_{100} 10 + \log_{100} X = 1 \rightarrow \log_{100} 10 = y$$

$$\frac{1}{2} + \log_{100} X = 1$$

$$\log_{100} X = \frac{1}{2}$$

$$\log_{100} X = \frac{1}{2}$$

$$\log_{100} X = \frac{1}{2}$$

$$\log_{100} X = \frac{1}{2}$$

$$\log_{100} X = \frac{1}{2}$$

$$\log_{100} X = \frac{1}{2}$$

$$100^y = 10$$

$$10^{2y} = 10^1$$

$$2y = 1$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \log_{10} \sqrt{100} \cdot \log_{100} 10 &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \log_{10} 100 \cdot \log_{100} 10 &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \\ \downarrow \\ \boxed{X=10} \end{aligned}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} (x^2 + 3x) + 1 \geq 0 \quad \text{rcl}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} (x^2 + 3x) \geq -1 \cdot 1$$

$$\log_{\frac{1}{4}} (x^2 + 3x) \geq -1 \cdot \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} (x^2 + 3x) \geq \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} (x^2 + 3x) \geq \log_{\frac{1}{4}} 4$$

$$0 < a < 1$$

$$x^2 + 3x \leq 4$$

$$x^2 + 3x - 4 \leq 0$$

$$(x+4)(x-1) \leq 0$$

$$x = -4 \quad x = 1$$

$$-4 \leq x \leq 1$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array}$$

$$-4 \leq x < 3 \quad \text{IF } 0 < x \leq 1$$

$$x^2 + 3x > 0$$

$$x^2 + 3x \geq 0$$

$$x(x+3) \geq 0$$

$$x = 0 \quad x = -3$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array}$$

$$x < -3 \text{ OR } x > 0$$

(4)

חלק ג': לוגריתמים

3. פתור את משתי המשוואות הבאות:

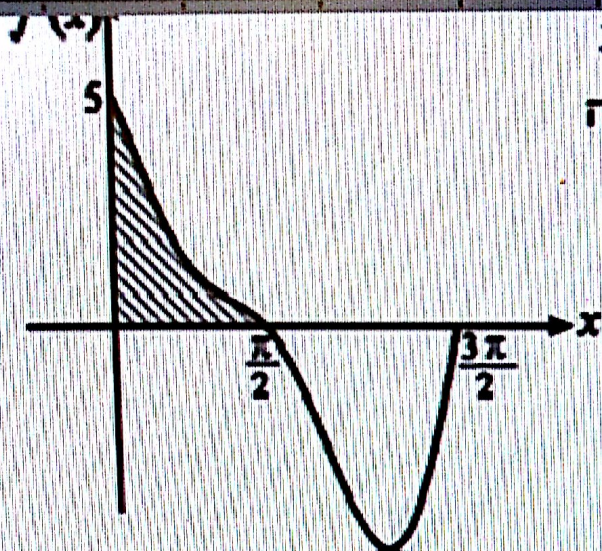
(א) $\ln(e^3 x) = (\ln(ex))^2$

(ב) $\log_x \sqrt{10x} \cdot \log_{100} x = \frac{1}{2}$

1

4. מצא תחום הגדרה:

$$y = \sqrt{\log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 3x) + 1}$$



1. בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציה הנגזרת
 $f'(x) = a \cos x - b \sin 2x$ של הפונקציה
 $f(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

(א) הישר בסרטוט ומצא:

(i) את תחומי העלייה והירידה

של הפונקציה $f(x)$.

(ii) את ערך הפרמטר a .

(ב) השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f'(x)$

ובין הצירים (השטח המקווקו) הוא 3 יחידות שטח.

מצא את הפרמטר b .

(ג) נתון: $f'(\frac{\pi}{2}) = 1$.

(i) מצא את הפונקציה $f(x)$.

(ii) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(iii) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$

וקבע את סוגן.

(iv) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

חלק ב': סדרות

I

2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית שהמנה שלה היא $9q^2$ ($0 < q < \frac{1}{3}$).

בין כל שני איברים בסדרה הנתונה הכיסודי איבר נוסף,

ונוצרה סדרה הנדסית חדשה שכל איבריה חיוביים.

(א) הבע באמצעות q את מנת הסדרה החדשה.

(ב) סכום הסדרה החדשה גדול פי $40q^2$ מסכום הסדרה הנתונה. חשב את q .

(ג) עבור הערך של q שמצאת בסעיף (ב), חשב בסדרה החדשה את היחס

בין האיבר במקום הראשון ובין סכום האיברים שאחרי האיבר הראשון.