

12) לפונקציה $f(x) = \frac{ax^2+4x-18}{x^2-b}$ יש אסימפטוטה $y = 2$ ואסימפטוטה $x = -2$

- מצא את a ו- b .
- מצא את תחום ההגדרה ואת נקודות החיתוך עם הצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה.
- שרטט את גרף הפונקציה.
- x_1 הוא מספר בתחום $-2 < x < 2$ ו- x_2 הוא מספר בתחום $x > 2$. נתון: $f(x_1) - f(x_2) = c$. באיזה תחום נמצא c ? נמק.

13) הישר $x = 3$ הוא אסימפטוטה לפונקציה $f(x) = \frac{x+a}{bx-x^2}$. לפונקציה נקודת קיצון ב- $x = 1$.

- מצא את a ו- b ואת נקודת הקיצון.
- מצא אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים ונקודת קיצון נוספת.
- מצא את נקודות החיתוך עם הצירים ואת תחומי העלייה והירידה.
- שרטט את גרף הפונקציה.
- $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = (f(x))^2$. מצא עפ"י החקירה של $f(x)$ את הנקודות בהן הנגזרת של $g(x)$ מתאפסת.

14) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2+2x+11}{x^2-8x+c}$. ידוע שלפונקציה יש אסימפטוטה אחת בלבד

- המאונכת לציר ה- x .
- מצא את c .
- מצא את תחום ההגדרה.
- מצא את נקודות הקיצון.
- מצא את תחומי העלייה והירידה.
- מצא את נקודות החיתוך עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציה בתחום $-4 \leq x \leq -2$.
- מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = 2f(x)+1$.

15) נתונה הפונקציה $y = \frac{ax-6}{x^2-4x-b}$. הישר $x = -1$ הוא אסימפטוטה לפונקציה.

- בנקודה שבה $x = -7$ לפונקציה יש נקודת קיצון.
- מצא את a ו- b .

ב. הצב את a ו-b שמצאת בפונקציה ומצא את:

- (1) תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- (3) נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- (4) נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

16) נתונה הפונקציה $y = \frac{ax^2+bx-8}{(x+2)^2}$. הנקודה $(1, -\frac{5}{3})$ היא נקודת קיצון של הפונקציה.

- א. מצא את a ו-b.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ג. מצא אם יש נקודות קיצון נוספות.
- ד. קבע את הסוג של נקודות הקיצון.
- ה. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים ועם האסימפטוטה שלה המקבילה לציר ה-x.
- ו. מצא את המינימום המוחלט והמקסימום המוחלט של הפונקציה בתחום $-\frac{1}{2} \leq x \leq 2$.

נתונה הפונקציה $y = \frac{x^2-3x+a}{x^2-3x+2}$. ישר המשיק לפונקציה בנקודה $x = -1$ חותך

את ציר ה-x בנקודה $x = \frac{7}{5}$.

הוכח: $a = 0$.

בפונקציה $a = 0$ ומצא את:

- א. תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ג. האסימפטוטות לפונקציה המקבילות לצירים.
- ד. נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ה. נקודות החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה המקבילה לציר ה-x.

נתונה הפונקציה $y = \frac{x^3+a}{x^2}$. הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = -1$

חותך את ציר ה-y בנקודה $(0, 12)$.

מצא את a.

- א. תחום ההגדרה ואת נקודת החיתוך עם ציר ה-x.
- ב. נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x.
- ד. סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. מצא את $x > 0$ מתקיים אי השוויון $x^3-3x^2+4 \geq 0$.

19 נתונה הפונקציה $y = \frac{x^3}{3x+a}$, $a > 0$. לפונקציה יש נקודות קיצון ששיעורן הוא 9.

- מצא את a .
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת נקודות החיתוך שלה עם הצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת תחומי העלייה והירידה שלה.
- מצא את האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

20 נתונה הפונקציה $y = \frac{2x^2-8}{ax^2+bx-10}$ לפונקציה יש אסימפטוטה אחת בלבד המאונכת לציר ה- x והיא הישר $x = 5$. כמו כן ידוע שהפונקציה לא מוגדרת עבור ערך נוסף של x וערך זה הוא שלילי.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את a ו- b .
- חקור את הפונקציה: מצא נקודות חיתוך עם הצירים, נקודות קיצון, אסימפטוטה המקבילות לצירים ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

21 נתון שלפונקציה $y = \frac{x^2+a}{(x-3)^2}$ אין נקודות קיצון. מצא את a .

- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

חקירת פונקציות רציונאליות – הבעה עם פרמטרים (חזרה)

22 נתונה הפונקציה $y = \frac{x+a}{x^2+3a^2}$, $a > 0$. ענה על הסעיפים הבאים ומצא: (היעזר ב- a במידת הצורך)

- תחום הגדרה.
- נקודות חיתוך עם הצירים.
- אסימפטוטות המאונכות לצירים.
- נקודות קיצון.
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה אם $a < 0$.

23 נתונה הפונקציה $y = \frac{x+2a}{x^2}$, $a > 0$. ענה על הסעיפים הבאים (היעזר ב- a):

- מצא את תחום ההגדרה.
- מצא את נקודות החיתוך עם הצירים.
- מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים.

- ד. מצא את נקודות הקיצון.
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה אם $a < 0$.

(24) נתונה הפונקציה $y = \frac{a^2 - x^2}{(x^2 + a^2)^2}$, $a > 0$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(25) נתונה הפונקציה $y = \frac{x-2}{x^2-a^2}$, $a > 2$

- א. הבע באמצעות a , במידת הצורך, ומצא: תחום הגדרה, אסימפטוטות המקבילות לצירים, נקודות חיתוך עם הצירים ותחומי עלייה וירידה.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(26) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2-1}{(x-a)^2}$, $a > 1$. ענה על הסעיפים הבאים:

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 ד. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
 ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

נתונה הפונקציה $y = \frac{(x-1)^2}{x^2-b^2}$, $b > 1$
 מצא:

- (1) תחום הגדרה.
 (2) אסימפטוטות המקבילות לצירים.
 (3) נקודות חיתוך עם הצירים.
 (4) נקודות קיצון.
 ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x-3b)^2}{(x-b)^4}$, $b > 0$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 ד. מצא את ערכי x שעבורם $f'(x) = 0$.
 ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

$$f(x) = \frac{x+1}{3x-x^2}$$



13) א. $b=3, a=1$; מינימום $(1,1)$.

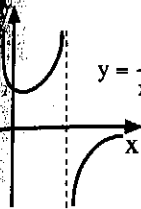
ב. $y=0, x=0$; מקסימום $(-3, \frac{1}{9})$.

ג. עולה: $x < -3$ או $1 < x < 3$.

או $x > 3$, יורדת: $-3 < x < 0$ או $0 < x < 1$.

ה. $(-1,0), (-3, \frac{1}{81}), (1,1)$.

$$y = \frac{-2x-6}{x^2-4x-5}$$



15) א. $b=5, a=-2$.

ב. $x \neq 5, x \neq -1$ (1)

(2) $y=0, x=5, x=-1$

(3) $(-3,0), (0, \frac{6}{5}), (1,1)$ (4)

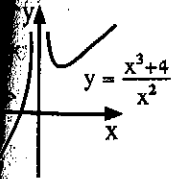
מינימום $(-7, \frac{1}{9})$, מקסימום

16) א. $b=-4, a=-3$. ב. $x=-2, y=-3$. ג. אין. ד. מקסימום $(1, -\frac{5}{3})$.

ה. $(0,-2), (-\frac{1}{2}, -3)$. ו. המינימום המוחלט: -3 , המקסימום המוחלט: $-\frac{5}{3}$.

17) א. אין. ב. $x \neq 2, x \neq 1$. ג. $(0,0), (3,0)$. ד. $x=1, x=2, y=1$. ה. מינימום $(1.5, 9)$.

ו. אין.

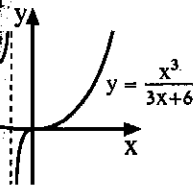


18) א. $a=4$.

ב. $(\sqrt[3]{-4}, 0), x \neq 0$.

ג. מינימום $(2,3)$.

ד. $x=0$.

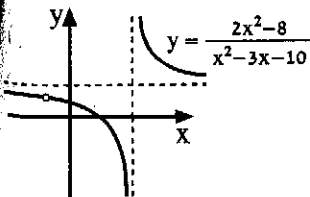


19) א. $a=6$. ב. $x \neq -2$.

ג. $(0,0)$. ג. מינימום $(-3,9)$.

עולה: $-3 < x < -2$ או $x > -2$.

יורדת: $x < -3$. ד. $x=-2$.

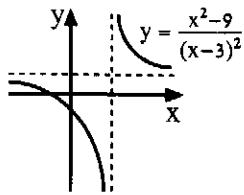


20) א. $x \neq -2, x \neq 5$.

ב. $b=-3, a=1$.

ג. אין; $(0, \frac{4}{5}), (2,0)$.

ד. $y=2, x=5$.

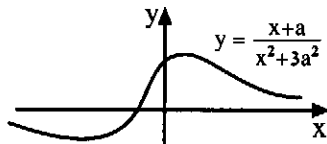


21. א. $a = -9$

ב. $(-3, 0), (0, -1)$

ג. $y = 1, x = 3$

ד. יורדת: $x > 3$ או $x < 3$

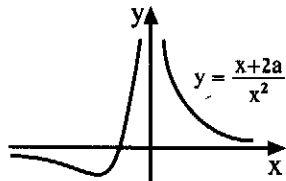


22. א. כל x . ב. $(-a, 0), (0, \frac{1}{3a})$

ג. $y = 0$. ד. $(a, \frac{1}{2a})$ מקסימום,

$(a, \frac{1}{2a})$ מינימום. ו. $(-3a, -\frac{1}{6a})$

מינימום, $(-3a, -\frac{1}{6a})$ מקסימום.



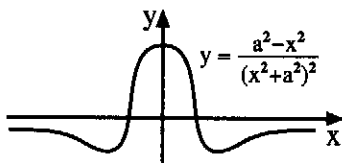
23. א. $x \neq 0$. ב. $(-2a, 0)$

ג. $y = 0, x = 0$

ד. מינימום $(-4a, -\frac{1}{8a})$

ה. עולה: $0 < x < -4a$

יורדת: $x > -4a$ או $x < 0$



24. א. כל x . ב. $(-a, 0), (a, 0), (0, \frac{1}{a^2})$

ג. מקסימום $(0, \frac{1}{a^2})$, מינימום $(\sqrt{3}a, -\frac{1}{8a^2})$

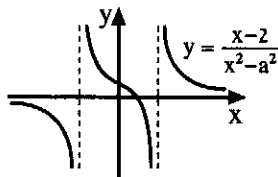
ד. $y = 0$, מינימום $(-\sqrt{3}a, -\frac{1}{8a^2})$

א. $x \neq -a, x \neq a$

ב. $y = 0, x = -a$

ג. $(2, 0)$; יורדת:

ד. או $-a < x < a$



25. א. $x \neq a$. ב. $y = 1, x = a$

ג. $(-1, 0), (1, 0), (0, 0)$

ד. מינימום $(\frac{1}{a}, 0)$. ה. עולה:

ו. יורדת: $x > a$ או $x < \frac{1}{a}$

